



Neutrinos et Cosmologie dans les modèles de Grande Unification : Détection de matière noire supersymétrique, Oscillations et Leptogénèse dans $SO(10)$

Emmanuel Nezri

► To cite this version:

Emmanuel Nezri. Neutrinos et Cosmologie dans les modèles de Grande Unification : Détection de matière noire supersymétrique, Oscillations et Leptogénèse dans $SO(10)$. Astrophysique [astro-ph]. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2002. Français. NNT : . tel-00002641

HAL Id: tel-00002641

<https://theses.hal.science/tel-00002641>

Submitted on 28 Mar 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE BLAISE PASCAL
(U.F.R de Recherche Scientifique et Technique)

ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES FONDAMENTALES

THESE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITE
SPECIALITE : PHYSIQUE DES PARTICULES

par

Emmanuel Nezri

Neutrinos et Cosmologie
dans les modèles de Grande Unification :

- **Détection de matière noire supersymétrique
avec le télescope Antares**
- **Oscillations et Leptogénèse dans $SO(10)$**

soutenue le 2 décembre 2002, devant le jury composé de :

M. Elie Aslanides	Président
M. Vincent Bertin	
M. Abdelhak Djouadi	Rapporteur
M. Manuel Drees	
M. John Ellis	
M. Alain Falvard	
M. Jean Orloff	Directeur de thèse
M. Lee Thompson	Rapporteur

“... rendre l’homme plus humain en l’incitant à se dépasser sans cesse.”

E. G.

Remerciements

Je remercie Elie Aslanides et Bernard Michel pour avoir permis cette thèse particulière entre l’équipe Antares du Centre de Physique des Particules de Marseille et l’équipe théorie du Laboratoire de Physique Corpusculaire de Clermont-Ferrand, ponctuée de longues périodes dans chacun des deux laboratoires mais aussi de va-et-vient.

Je remercie mon directeur de thèse et ami Jean Orloff pour tout ce que il m’a transmis, ainsi que Vincent Bertin mon superviseur au CPPM pour son soutien sans faille et son amitié.

Merci à John Carr mon directeur de thèse “marseillais” de m’avoir accueilli dans le groupe Antares.

Je remercie tous les membres du jury : Elie Aslanides pour en avoir accepté la présidence, Abdelhak Djouadi et Lee Thompson pour avoir assumé le rôle de rapporteur ainsi que Manuel Drees, John Ellis et Alain Falvard de me faire l’honneur de leur participation.

Je remercie les organisateurs et membres des GDR SUSY et PCHE dans lesquels j’ai reçu moyens, aide et écoute pour mes travaux, particulièrement Jean-Loic Kneur du LPMT à Montpellier. Merci aussi à mes collaborateurs du groupe Antares notamment ceux du neutralino working group.

Merci et bonne route à mes compagnons de labeurs du LPC et du CPPM. Spécialement les “clermontois” : my friend Carl le loup du Gevaudan entre autre pour ses accueils généreux et Mister K Thibaut et particulièrement aussi les BF-potos “marseillais” : P-dro, JS et bien sur MYP Fretk ... le bureau 308 a vécu de sacrés moments.

Un grand merci à toi Virginie de partager un parcours que tu subis parfois mais aussi une éternelle reconnaissance pour un certain été 1999 ... ces 3 années n’ont pas été faciles pour toi.

Enfin merci et pensées spéciales à : ma mère Catherine ; mon père Meyer, Cathy et Sarah ; Virginie ; les familles Pineau et Nezri ; Seb, Arno, Jo et St Mitre ; Seb, Pep et St Ju ; Pascal, Nico, Lucas, Yacov ; l’Ariège ; mes grand-parents ; Vinzou et la web connexion ; mes beaux-parents ; Vincent ; boubou l’africain ; le karaté ; Claude ; Ernesto ; Thorgal ; Tsi-na-pah ; plus tout(tous) ce(ux) que j’oublie ...

Et je remercie la médecine et les docteurs M. Nezri, P. Viens, M. Resbeut, Grisoni, F. Lagier, J.L. Metge.

A Virginie ... tiens bon

Table des matières

1	Introduction - Eléments de cosmologie	7
1.1	Quelques remarques en physique fondamentale	7
1.2	Histoire thermique de l'Univers, équilibre et découplage	8
1.3	Composition et structure de l'Univers : platitude, asymétrie baryonique et matière(s) noire(s)	11
1.4	Baryogénèse	14
1.5	Problématiques de cette thèse	18
2	Le télescope à neutrinos Antares	21
2.1	Astronomie neutrino	21
2.2	Le détecteur Antares	23
2.2.1	Caractéristiques	23
2.2.2	Simulations	25
2.2.2.1	Générations des événements	26
2.2.2.2	Simulation du détecteur	26
2.2.3	Performances et efficacités	27
2.3	Physique des télescopes à neutrinos	29
3	Phénoménologie de la détection de Neutralinos	33
3.1	Introduction	33
3.2	La Supersymétrie et le MSSM	33
3.2.1	Motivations	33
3.2.2	Eléments de supersymétrie	35
3.2.3	Le MSSM	37
3.2.4	Equations du groupe de renormalisation	40
3.2.5	Brisure de la symétrie électrofaible	42
3.2.6	Le spectre dans le MSSM	45
3.2.6.1	Les Neutralinos	45
3.2.6.2	Les Charginos	47
3.2.6.3	Les Sfermions	48
3.2.6.4	Les bosons de Higgs	49
3.2.7	Calculs relatifs à la SUSY : Le programme Suspect	50
3.2.8	La brisure de supersymétrie	52
3.3	Détection de CDM neutralinos	53
3.3.1	Le neutralino candidat de matière noire froide	54
3.3.2	Annihilation de neutralinos au repos	55
3.3.3	Section efficace de collision élastique neutralino-quark : détection directe	56
3.3.4	Détection indirecte avec un télescope à neutrinos	57

3.3.5	Sensibilité d'Antares	60
3.3.6	Calculs relatifs à la matière noire : le programme Darksusy	64
3.4	La Connexion Suspect-Darksusy : physique à plusieurs échelles d'énergie. . .	66
3.5	Prospection dans les modèles mSugra/CMSSM	67
3.5.1	Caractéristiques du modèle	67
3.5.2	Rapport de branchement d'annihilation	69
3.5.3	Section efficace neutralino-proton.	72
3.5.4	Flux de neutrinos et de muons	73
3.5.5	Variation des paramètres	75
3.5.6	Comparaison avec les sensibilités expérimentales : détection directe vs détection indirecte.	79
3.5.7	Conclusion-Résumé	84
3.6	Autres modèles type GUT : non-universalité(s).	87
3.6.1	Arguments sur la non-universalité.	87
3.6.2	Non-universalité des masses scalaires soft et des couplages trilineaires à M_{GUT}	88
3.6.3	Non-universalité des masses soft des gauginos à M_{GUT}	89
3.6.3.1	Les représentations $SU(5)$	89
3.6.3.2	Relations libres entre les masses des gauginos : effet des paramètres $M_2 _{GUT}$ et $M_3 _{GUT}$	91
3.6.4	Conclusion	98
3.7	Paramétrisation effective du MSSM à basse énergie.	99
4	Oscillations de Neutrinos et Leptogénèse dans $SO(10)$	101
4.1	Introduction	101
4.2	Oscillations de neutrinos	102
4.2.1	Théorie	102
4.2.2	Résultats expérimentaux	106
4.3	Masses des neutrinos	107
4.3.1	Introduction	108
4.3.2	Spineurs de Weyl, spineurs de Dirac, conjugaison de charge, spineurs de Majorana	109
4.3.3	Masse de Dirac	110
4.3.4	Masse de Majorana	110
4.3.5	Terme de masse de Dirac et de Majorana	111
4.3.6	Mécanisme de see-saw(bascule)	112
4.4	La matrice MNS	113
4.5	Leptogénèse	114
4.6	$SO(10)$	117
4.7	Modèle	118
4.7.1	Cas simple : see-saw à 2 saveurs	120
4.7.2	Résultats à 3 saveurs	123
4.8	Conclusions et perspectives	128
	Conclusion	131
	A Publications	143

Chapitre 1

Introduction - Eléments de cosmologie

Sommaire

1.1	Quelques remarques en physique fondamentale	7
1.2	Histoire thermique de l'Univers, équilibre et découplage	8
1.3	Composition et structure de l'Univers : platitude, asymétrie baryonique et matière(s) noire(s)	11
1.4	Baryogénèse	14
1.5	Problématiques de cette thèse	18

1.1 Quelques remarques en physique fondamentale

Après la naissance de la relativité générale et de la théorie quantique des champs, se sont mis en place les modèles standards de la physique des particules et de la cosmologie.

Chacune des deux formulations comporte de très beaux succès comme les concordances des prédictions théoriques avec les résultats expérimentaux en physique des particules, sur la nucléosynthèse primordiale et sur le rayonnement cosmologique. Il faut faire face cependant à des lacunes sur le plan théorique et des faiblesses devant certaines mesures expérimentales. Citons à ce stade quelques exemples : oscillations et masses des neutrinos, existence d'un secteur scalaire (vide), unification des forces fondamentales, matière(s) noire(s), platitude de l'Univers, asymétrie baryonique, constante cosmologique (vide) ...

Or il se trouve que phénoménologiquement, cosmologie et physique des particules peuvent s'accorder sur certains aspects par l'émergence de solutions à partir de scénarii conjoints comme la baryogénèse, l'inflation, la matière noire froide supersymétrique ...

D'un point de vue plus fondamental, le problème de la nature du vide reste posé : l'énergie attendue du secteur scalaire de la physique des particules est en désaccord total (120 ordres de grandeurs) avec les valeurs potentielles de la constante cosmologique. De même comment rendre compte du "point de départ" du temps, le Big-Bang, ou encore est-il possible d'accéder à une unification de la physique des particules avec la gravitation aux très hautes énergies ? Ces questions fondamentales trouveront peut être des réponses dans le cadre de théories ultimes : théories de cordes, M-theory où l'espace et le temps seraient même des grandeurs émergentes de concepts plus fondamentaux [1]...

Cette thèse s'intéressera à deux problématiques à la croisée des chemins entre physique des particules, cosmologie et astrophysique : la matière noire froide et l'asymétrie

baryonique de l'Univers. Après ces quelques remarques, la suite du premier chapitre posera quelques unes des bases théoriques de la cosmologie ainsi que les indications expérimentales nécessaires à la formulation de ces deux problématiques.

Nous n'allons ici introduire que les notions utiles pour cette thèse, le lecteur trouvera des textes complets sur la cosmologie dans les références [2, 3].

1.2 Histoire thermique de l'Univers, équilibre et découplage

Les deux piliers de la cosmologie standard sont les équations d'Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\mathcal{R}g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

où $R_{\mu\nu}$ et \mathcal{R} sont le tenseur et le scalaire de Ricci, G la constante de Newton, $T_{\mu\nu}$ le tenseur d'énergie impulsion, Λ la constante cosmologique ; ainsi que la métrique de Robertson-Walker

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right), \quad (1.2)$$

où $R(t)$ est le facteur d'échelle, $k = -1, 0, 1$ un paramètre de géométrie et t, r, θ, ϕ les coordonnées comobiles. En supposant que le tenseur d'énergie impulsion est celui d'un fluide parfait

$$T_{\nu}^{\mu} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p), \quad (1.3)$$

la composante $0 - 0$ de l'équation d'Einstein donne

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{k}{R^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho, \quad (1.4)$$

et la composante $i - i$ donne

$$2\frac{\ddot{R}}{R} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} = -8\pi Gp. \quad (1.5)$$

qui sont les équations de Friedmann. Par soustraction on obtient alors

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \quad (1.6)$$

qui comporte une singularité en $R = 0$ identifiée comme $t = 0$ avec une très forte densité d'énergie : le *Big-Bang*.

On définit le paramètre de Hubble $H \equiv \frac{\dot{R}}{R}$ et l'équation de Friedmann se réécrit alors

$$\frac{k}{H^2 R^2} = \frac{\rho}{3H^2/8\pi G} - 1 \equiv \Omega - 1, \quad (1.7)$$

où Ω est le rapport entre la densité et la densité critique ρ_c :

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_c} ; \rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (1.8)$$

Comme $H^2 R^2 \geq 0$, on a une correspondance entre k et Ω :

- $k = 1 \Rightarrow \Omega > 1$ l'Univers est fermé,
- $k = 0 \Rightarrow \Omega = 1$ l'Univers est plat,
- $k = -1 \Rightarrow \Omega < 1$ l'Univers est ouvert.

L'Univers est un plasma en expansion très proche de l'équilibre thermique constitué de différentes espèces de particules i ($\Omega = \sum_i \Omega_i$) qui se refroidit. Chacune des espèces est relativiste (chaude) à haute température et devient non relativiste (froide) quand la température descend en dessous de son énergie de masse ($T \lesssim m_i$). Si ce plasma restait à l'équilibre, l'Univers actuel serait entièrement déterminé par sa température. Ce sont les écarts à l'équilibre qui déterminent les points marquants de l'histoire de l'Univers : découplage des neutrinos, rayonnement cosmologique (CMB : cosmic microwave background), nucléosynthèse primordiale, inflation, baryogénèse, matière noire relique. Les populations de ce plasma sont décrites par un système d'équations de Boltzmann couplées ; une équation par espèce en interaction impliquant tous les processus pouvant faire varier le nombre de particules de l'espèce considérée. L'équation de Boltzmann est alors la balance entre l'opérateur de Liouville (variation de l'espace des phases) et l'opérateur de collisions impliquant ces processus. Pour une espèce i cette équation s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{dn_i}{dt} = & -3Hn_i - \sum_{j=1}^N \langle \sigma_{ij} v_{ij} \rangle (n_i n_j - n_i^{eq} n_j^{eq}) \\ & - \sum_{j \neq i} [\langle \sigma'_{Xij} v_{iX} \rangle (n_i n_X - n_i^{eq} n_X^{eq}) - \langle \sigma'_{Xij} v_{jX} \rangle (n_j n_X - n_j^{eq} n_X^{eq})] \\ & - \sum_{j \neq i} [\Gamma_{ij} (n_i - n_i^{eq}) - \Gamma_{ji} (n_j - n_j^{eq})] \end{aligned} \quad (1.9)$$

où n_i est la densité de l'espèce i , et

$$\sigma_{ij} = \sum_X \sigma(ij \rightarrow X) \quad (1.10)$$

$$\sigma'_{Xij} = \sum_Y \sigma(iX \rightarrow jY) \quad (1.11)$$

$$\Gamma_{ij} = \sum_X \Gamma(i \rightarrow jX). \quad (1.12)$$

Le premier terme du membre de droite de l'équation (1.9) est la dilution due à l'expansion de l'Univers, le deuxième terme décrit les annihilations ($i = j$) et les coannihilations ($i \neq j$), le troisième terme les diffusions et le quatrième terme les désintégrations. Les crochets ($\langle \rangle$) signifient les moyennes thermiques, la vitesse relative entre deux particules i et j est définie par

$$v_{ij} = \frac{\sqrt{(p_i \cdot p_j)^2 - m_i^2 m_j^2}}{E_i E_j} \quad (1.13)$$

avec p_i la quadri-impulsion, E_i l'énergie de la particule i . La densité de particules i à l'équilibre n_i^{eq} est donnée par

$$n_i^{eq} = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p}_i f_i \quad ; \quad f_i = \frac{1}{e^{(E_i - \mu_i)/T} \pm 1} \quad (1.14)$$

\mathbf{p}_i étant la 3-impulsion de la particule i , μ_i son potentiel chimique et f_i la distribution d'impulsion à l'équilibre cinétique.

Cette équation permet de calculer le nombre de particules d'une espèce quand elle découple (freeze out), aussi appelé densité relique. On définit alors $\Omega_i = \frac{m_i n_i}{\rho_c} = \frac{\rho_i}{\rho_c}$. Si la description rigoureuse du découplage nécessite la résolution de l'équation de Boltzmann

afin de déterminer la température de découplage (T_F), un critère approximatif pour savoir si une espèce est en équilibre avec le reste du bain est la comparaison entre le taux d'interaction effectif de l'espèce considérée Γ (résultant des 2^{ème}, 3^{ème} et 4^{ème} termes du membre de droite de l'équation 1.9) et le taux d'expansion de l'Univers H :

$$\Gamma \gtrsim H \text{ espèce couplée} \quad ; \quad \Gamma \sim H \text{ freeze out} \quad ; \quad \Gamma \lesssim H \text{ espèce decouplée.} \quad (1.15)$$

Une population relique est dite chaude (relativiste après découplage) quand $x_F \equiv m/T_F \lesssim 3$ et froide (non relativiste après découplage) quand $x_F \gtrsim 3$. Pour une population (très) chaude, la densité à l'équilibre est constante avec la température donc la densité fossile actuelle dépend peu du freeze out. Pour une espèce froide, la densité à l'équilibre est supprimée exponentiellement avec la température, aussi la détermination précise de T_F est importante pour le calcul de la densité relique actuelle.

Nous avons défini le point de départ (Big-Bang), nous reprenons maintenant l'histoire de l'Univers bien après, quand les symétries de la physique des hautes énergies (cordes, GUT, $SU(2)$...) sont brisées et que la transition quarks-hadrons a eu lieu ($\sim 1 \text{ GeV} - 100 \text{ MeV}$) c'est à dire autour d'une température de l'ordre de 10 MeV. Les degrés de liberté relativistes sont alors les photons γ , les neutrinos ν , les électrons et positrons e^\pm et les degrés non relativistes sont les protons p et les neutrons n .

À une température de l'ordre de quelques MeV commence la nucléosynthèse primordiale. La formation et l'abondance des éléments légers (D, ^3He , ^3H , ^4He et marginalement ^7Li , ^7Be) va dépendre fortement du rapport du nombre baryonique sur le nombre de photons $\eta \equiv n_B/n_\gamma \equiv (n_b - n_{\bar{b}})/n_\gamma$, de la durée de la nucléosynthèse et du rapport des abondances de neutrons et de protons (reliées à la durée de vie du neutron). L'Univers est alors à l'équilibre statistique nucléaire (NSE), c'est à dire qu'on a l'équilibre cinétique et chimique sur les réactions impliquant les éléments légers. Dans ces conditions, la densité pour une espèce $A(Z)$ est [2, 3]

$$n_A = g_A A^{3/2} 2^{-A} \left(\frac{2\pi}{m_N T} \right)^{3(A-1)/2} n_p^Z n_n^{A-Z} e^{B_A/T} \quad (1.16)$$

où g_A est le nombre de degrés de liberté de l'espèce A , m_N est une masse de nucléon commune pour m_p , m_n et m_A/A et B_A est l'énergie de liaison de l'élément A . Les conditions initiales sont donc un équilibre maintenu par les interactions faibles entre les réactions

$$\begin{aligned} n &\leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu} \\ \nu + n &\leftrightarrow p + e^- \\ e^+ n &\leftrightarrow p + \bar{\nu} \end{aligned} \quad (1.17)$$

avec très peu d'éléments légers.

Puis, à une température de l'ordre de 1 MeV, les neutrinos découplent ($n_\nu \sim T^3$; $\sigma_\nu \sim G_F^2 T^2$; $\Gamma_\nu = n_\nu < \sigma_\nu v > \sim G_F^2 T^5$; $H \sim T^2/m_{Pl} \Rightarrow \Gamma/H \sim (T/(1 \text{ MeV})^3)$), donnant lieu à une population fossile de neutrinos ($T_\nu \sim 2 \text{ K}$ aujourd'hui et $\Omega_\nu h^2 \simeq m_\nu/[90 \text{ eV}]$ où $h \sim 0.7$ est défini par le paramètre de Hubble mesurant l'expansion actuelle: $H_0 \equiv 100h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$). Puis à $T \sim m_e/3$ les paires e^\pm s'annihilent et "réchauffent" la population de photons. Les densités de neutrons et de protons sont alors fixées (à quelques interactions faibles près) et définissent la matière première pour la formation des éléments légers. Les abondances calculées sont en bon accord avec les mesures et la nucléosynthèse est un succès de la cosmologie standard (figure 1.1). La densité baryonique obtenue est $0.010 \lesssim \Omega_B h^2 \lesssim 0.015$.

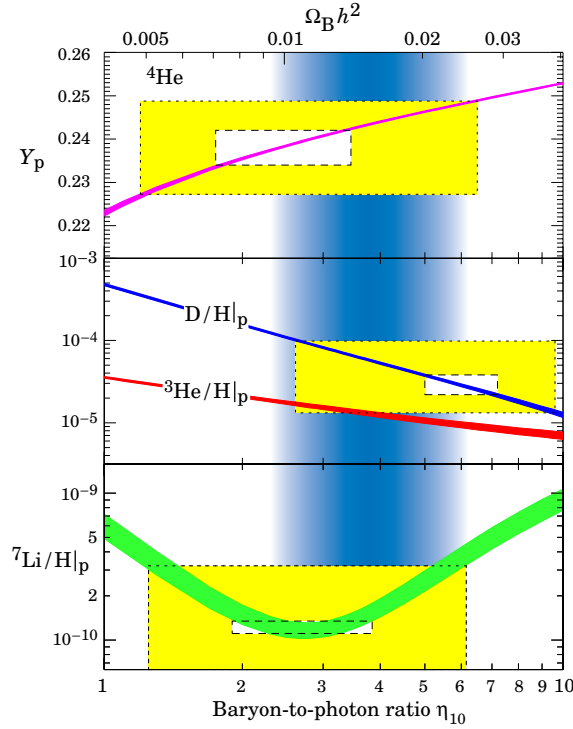


FIG. 1.1 – Abondances des éléments légers prédites par la nucléosynthèse primordiale comparées aux observations (les rectangles blancs sont les erreurs statistiques à 2σ , les rectangles jaunes les erreurs statistiques à $\pm 2\sigma$ avec les erreurs systématiques [4] et indiquent l'intervalle de valeurs de η possibles).

Ensuite, comme la densité d'énergie sous forme de radiation ($\rho_R \propto R^{-4}$) décroît plus vite que celle sous forme de matière ($\rho_M \propto R^{-3}$) il se produit la transition radiation-matière avant laquelle les radiations dominaient l'Univers et après laquelle l'Univers est dominé par la matière (*N.B* en raison du comportement de la densité d'énergie sous forme de vide $\rho_\Lambda = \text{cste}$, on aura plus tard une transition matière-énergie du vide) et débute la formation de structure. Enfin quand la température est d'environ 1 eV (un peu inférieure à l'énergie de liaison de l'atome d'hydrogène = 13.6 eV) a lieu la recombinaison ($e^- + p \rightarrow H$, $e^- + \text{ion} \rightarrow \text{atome}$). Après la recombinaison survient le découplage des photons et de la matière quand $\Gamma_\gamma \sim H$ ($\Gamma_\gamma = n_e \sigma T_{\text{thompson}}$, n_e donné par la loi de Saha) qui se propagent alors librement. C'est le rayonnement fossile de photons ($T = 2.73$ K aujourd'hui) observé par l'expérience COBE qui est aussi une remarquable confirmation expérimentale de la cosmologie standard. La zone "d'émission" de ces photons est appelée la surface de dernière diffusion (last scattering surface).

1.3 Composition et structure de l'Univers : platitude, asymétrie baryonique et matière(s) noire(s)

Platitude

Un Univers plat ($k = 0$) constitué de matière (Ω_{mat}), de degrés de liberté relativistes (Ω_{rel}) et d'une constante cosmologique (Ω_Λ) nécessite $\sum \Omega_i = 1$ quel que soit le temps. Si

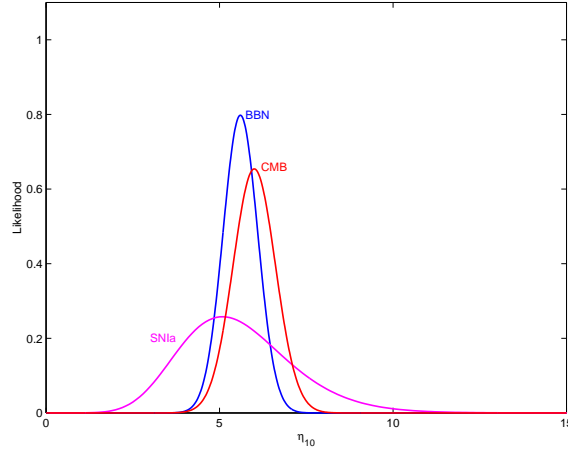


FIG. 1.2 – a) Valeurs du rapport du nombre baryonique sur le nombre de photons: $\eta_{10} \equiv 10^{10}\eta$ dérivées de la nucléosynthèse (BBN), du fond cosmologique de photons (CMB) et des données de la supernova SNIa et des amas (SNIa) en supposant un Univers plat [5].

on définit le facteur d'échelle normalisé $a = R(t)/R_0$, l'équation (1.4) peut se réécrire

$$\Omega(a) - 1 = \frac{\Omega - 1}{1 - \Omega + \Omega_\Lambda a^2 + \Omega_{mat} a^{-1} + \Omega_{rel} a^{-2}}, \quad (1.18)$$

suggérant justement que dans les premiers instant l'Univers était plat ($\Omega(a=0) \rightarrow 1$). Or $\Omega = 1$ est une solution fortement instable en fonction du temps, donc la densité $\Omega(a)$ doit être très finement ajustée pour avoir la valeur actuelle $\Omega \simeq 1$ que donne les résultats expérimentaux. Ce problème de la platitude de l'Univers (comme d'autres problèmes de la cosmologie standard tels que l'homogénéité et l'horizon) trouve une solution lorsqu'on invoque une phase accélérée dans l'expansion, l'inflation, qui prédit un Univers plat. Nous ne développerons pas ici ces sujets qui sont traités dans les références [2, 3, 6]. D'un point de vue théorique la cosmologie souhaite donc $\Omega = 1$, examinons maintenant brièvement la constitution de l'Univers.

Asymétrie baryonique

Depuis l'équation de Dirac, la physique traite la matière et l'antimatière de la même façon. Au moment du Big-Bang, il y avait un équilibre entre quarks, anti-quarks, leptons anti-leptons et radiation. Si on laisse cette situation se refroidir, on obtient une annihilation complète de la matière avec l'anti-matière (et nous ne serions pas là!). Pourtant, il n'y a pas d'indication en faveur d'une présence substantielle d'antimatière dans l'Univers. Localement cela semble une évidence. A l'échelle galactique et intergalactique, les flux d'antiprotons sont compatibles avec une production par collisions des protons des rayons cosmiques sur les protons du gaz interstellaire. A plus grande échelle, la présence d'antimatière dans les amas (anti-galaxies) serait mise en évidence par l'observation de rayonnements γ venant d'annihilations. La présence d'antimatière est même repoussée à des échelles de l'ordre de $10^{12-14} M_\odot$. Enfin, on pourrait penser à des annihilations dans le passé. A l'époque du découplage des photons de telles annihilations devraient être visibles dans le spectre du CMB. A l'époque de la nucléosynthèse nous avons vu que le rapport baryons/photons est très contraint pour obtenir les abondances des éléments légers mesurées (voir figures 1.1 et 1.3). L'Univers semble donc totalement asymétrique, et le nombre

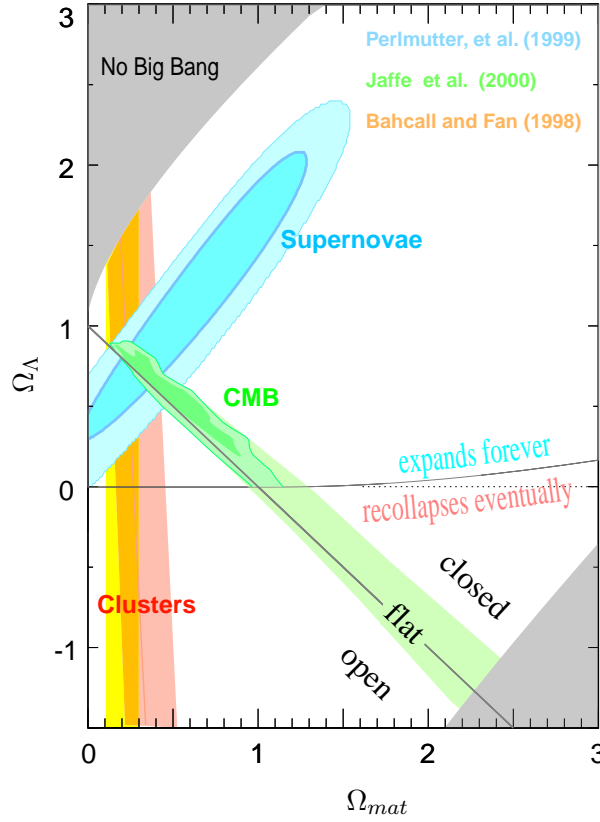


FIG. 1.3 – *a) Convergence des résultats expérimentaux sur les amas (clusters) [8], les supernovae [9] et le fond cosmologique (CMB) [10] sur la structure de l'Univers.*

baryonique dans un covolume est :

$$Y_B \equiv \frac{n_B}{s} = \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{s} = 3.81 \times 10^{-9} (\Omega_B h^2) \sim 10^{-10} \sim \frac{\eta}{7} \quad (1.19)$$

où s est la densité d'entropie de l'Univers. Ce rapport est constant depuis la nucléosynthèse. De plus amples argumentations sur l'absence d'antimatière seront trouvées dans [7, 5, 2].

Matière(s) noire(s)

Les mesures sur le CMB [10] indiquent un Univers plat $\Omega = 1$. La combinaison de ces résultats avec les expériences sur les supernovae [9] et les observations sur les amas [8] indiquent qu'actuellement, la majeure partie de la densité est constituée de l'énergie du vide (ou énergie noire) $\Lambda/8\pi G \equiv \Omega_\Lambda \sim 0.7$. Le reste étant la densité de matière $\Omega_{mat} \sim 0.3$. Cette situation est résumée sur la figure 1.3. De nombreux indices induisent qu'une partie de cette matière soit non lumineuse. Nous n'allons ici illustrer que certains points, une discussion plus approfondie sera trouvée dans la référence [3].

Tout d'abord, la mesure du rapport masse sur luminosité M/L de différents objets astrophysiques (étoiles, galaxies, amas) permet de dériver la densité de matière $\Omega_{mat} \sim 0.1 - 0.4$ ainsi qu'une estimation de la quantité de matière baryonique visible $\Omega_{b_{vis}} \lesssim 0.01$ alors que la nucléosynthèse donne $\Omega_b \sim 0.025$. De plus les courbes de rotation des galaxies spirales

Univers plat :	$\Omega = 1$
Constante cosmologique :	$\Omega_\Lambda = 0.7 \pm 0.1$
Matière :	$\Omega_{mat} = 0.3 \pm 0.1$
Matière baryonique :	$\Omega_b = 0.04 \pm 0.01$; incluant $\Omega_{vis} \lesssim 0.01$
Cold Dark Matter :	$\Omega_{CDM} = 0.26 \pm 0.1$
Composants relativistes :	$0.01 \lesssim \Omega_{rel} \lesssim 0.05$
Neutrinos :	$0.01 \lesssim \Omega_\nu \lesssim 0.05$
Photons :	$\Omega_\gamma = 4.8^{+1.3}_{-0.9} \times 10^{-5}$
Paramètre de Hubble actuel :	$h \equiv H_0/100 \text{ km}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} = 0.72 \pm 0.08$
Age de l'Univers :	$13 \pm 1.5 \times 10^9 \text{ ans}$
Asymétrie baryonique :	$\eta = 5 - 6 \times 10^{-10}$

TAB. 1.1 – Valeurs numériques d'une partie des paramètres cosmologiques (voir ref. [14]).

observées (profil de vitesse constant $v = cste$) ne concordent pas avec la loi de Kepler ($v(r) \propto r^{-1}$). Ce problème peut être résolu si on suppose qu'il existe un halo noir isotherme autour de la galaxie [11]¹. Enfin, on peut ajouter qu'à l'échelle des amas, outre le rapport M/L , les effets de lentilles gravitationnelles et les émissions de rayons-X indique aussi la présence de matière noire.

Ainsi une partie de la matière noire de l'Univers est baryonique (*e.g* MACHOs : Massive Compact Halo Objects), mais la majeure partie est non-baryonique. Considérons qu'un bain de particules massives reliques constitue cette dernière. D'après l'équation de Boltzmann (1.9), la densité relique est reliée aux taux d'annihilation et d'interactions de ces particules. Or nous le verrons au chapitre 3 un couplage de l'ordre des interactions faibles pour ces particules conduit naturellement à une densité relique d'ordre 1 faisant des *Weakly Interacting Massive Particles* (WIMPS) des candidats très intéressants de matière noire non baryonique. Ce bain peut alors être chaud (*e.g* neutrinos massifs) ou froid pour des particules plus lourdes, on parle alors de matière noire froide : CDM (Cold Dark Matter). Cette forme froide de matière noire est favorisée par les simulations sur la formation des grandes structures avec cependant des difficultés aux petites échelles (galaxies) [13].

La situation actuelle, avec différentes mesures *indépendantes*, converge donc vers un Univers Λ CDM (inflationnaire) plat dominé par le vide dont la matière est majoritairement noire (et froide) et dont la matière baryonique est asymétrique avec les paramètres reportés dans le tableau 1.1.

1.4 Baryogénèse

Comment générer l'asymétrie matière-antimatière que présente l'Univers en partant d'une situation initiale symétrique²? Dans la cosmologie standard, en supposant que les annihilations nucléons-antinuécléons ont été gelées, on a pour une température $T \sim 20 \text{ MeV}$, inférieure à la masse des nucléons ($\sim 1 \text{ GeV}$) et un peu avant la nucléosynthèse, un rapport $n_b/n_\gamma \simeq n_{\bar{b}}/n_\gamma \simeq 10^{-18}$ bien plus petit que la valeur requise par la nucléosynthèse et conduisant à des annihilations fatales. Une autre possibilité serait d'essayer de générer l'asymétrie par des fluctuations statistiques dans les distributions de baryons et d'anti-baryons mais le résultat est encore plus faible [15]. Il faut donc quelque chose en plus

1. Une alternative possible est de considérer une modification de la gravité MOND : (Milgrom) Modified Newton Gravity [12].

2. Supposer une asymétrie dans les conditions initiales n'est pas naturel et contre les principes de symétries.

de la cosmologie standard. Les théories de baryogénèse sont des scénarii pour générer dynamiquement cette asymétrie.

Conditions de Sakharov

A. Sakharov [16] a posé en 1967 les conditions pour générer un nombre baryonique non nul en partant d'un état baryonique initial symétrique.

– Violation du nombre baryonique

Si on veut partir d'un Univers symétrique ($B = 0$) et évoluer vers une asymétrie, des interactions violant le nombre baryonique sont évidemment nécessaires.

En effet, si B est conservé pour toutes les interactions alors $[B, H] = 0$ où H est l'hamiltonien, et si $B(t_0) = 0$, on a $B(t) \propto \int_{t_0}^t [B, H] dt' = 0 \quad \forall t$.

– Violation de C et CP

Si C n'était pas violée la probabilité du processus $i \rightarrow f$ serait égale à celle du processus $\bar{i} \rightarrow \bar{f}$ et B serait nul.

A cause du théorème CPT, CP est équivalent à un renversement du temps.

Le renversement du temps impose que les taux des processus

$$i(r_i, p_i, s_i) \rightarrow f(r_j, p_j, s_j) \quad \text{et} \quad i(r_i, -p_i, -s_i) \rightarrow f(r_j, -p_j, -s_j)$$

où s est le spin, soient égaux. Donc, même s'il est possible de générer une asymétrie localement dans l'espace des phases, l'intégration sur les valeurs de p et la somme sur s annule cette asymétrie.

– Conditions de non équilibre thermodynamique

Si une espèce X est en équilibre thermodynamique à une température $T \ll m_X$ (non relativiste) sa densité est :

$$n_X \simeq g_X (m_X T)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_X}{T} + \frac{\mu_X}{T}} \quad (1.20)$$

où μ_X est le potentiel chimique de X et g_X son nombre de degrés de liberté.

A cause du processus $X\bar{X} \rightarrow \gamma\gamma$, et sachant que $\mu_\gamma = 0$, on a $\mu_{\bar{X}} = -\mu_X$. Ainsi, comme $m_X = m_{\bar{X}}$, la densité de \bar{X} en équilibre est donnée par :

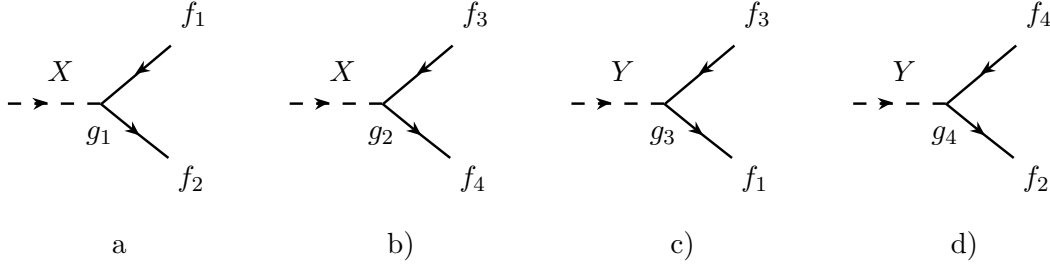
$$n_{\bar{X}} \simeq g_X (m_X T)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_X}{T} - \frac{\mu_X}{T}} \quad (1.21)$$

Donc

$$n_B \propto n_X - n_{\bar{X}} = 2g_X (m_X T)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_X}{T}} \sinh\left(\frac{\mu_X}{T}\right) \quad (1.22)$$

Si d'après la première conditions de Sakharov, X et \bar{X} suivent des processus qui violent B on a $XX \rightarrow \bar{X}\bar{X}$ et donc $\mu_X = 0$ et $n_B = 0$.

Ces trois conditions sont donc requises pour générer une asymétrie. L'asymétrie résultante est alors le mélange entre la violation de CP intrinsèque de la théorie et le départ de l'équilibre dépendant des taux des interactions violant B . On peut considérer deux types de modèles de baryogénèse. Soit le départ de l'équilibre est atteint à cause de l'expansion de l'Univers relativement aux processus "équilibrant" (opérateur de collisions de l'équation de Boltzmann) l'espèce, et on considère ensuite la désintégration hors équilibre des particules. Soit des modèles où la condition de départ de l'équilibre est atteinte pendant les transitions de phase conduisant à des brisures de symétries. Nous ne traiterons ici que des modèles du premier type dont nous allons voir le plus simple exemple. Il existe cependant de nombreux scénarii de baryogénèse [17].

FIG. 1.4 – Couplage des bosons X et Y aux fermions f_i

Le scénario de désintégration hors équilibre [2, 15]

Dans une théorie de Grande Unification (GUT) [18, 19], les quarks et les leptons ne sont pas séparés dans des multiplets différents comme dans le Modèle Standard mais appartiennent à des multiplets communs. Les bosons de jauge ou scalaires de telles théories induisent donc naturellement des transitions quarks-leptons qui brisent les nombres leptonique et baryonique. Nous allons considérer la désintégration de bosons X et Y (lepto-quarks ou scalaires) très lourds (typiquement $10^{10} \text{ GeV} \lesssim M_{X,Y} \lesssim M_{GUT} \sim 10^{16} \text{ GeV}$) violant B [2, 15] par les processus montrés sur la figure 1.4 :

Le Lagrangien de ces interactions est donné par :

$$\mathcal{L} = g_1 X f_2^\dagger f_1 + g_2 X f_4^\dagger f_3 + g_3 Y f_1^\dagger f_3 + g_4 Y f_2^\dagger f_4 + h.c \quad (1.23)$$

Le nombre de particules X est régi par leur taux de décomposition Γ_D , leur taux de production Γ_{ID} , le taux de diffusion $2 \leftrightarrow 2$ via un X ne conservant pas B noté Γ_S , et l'expansion de l'Univers H . Les processus les plus importants sont les désintégrations, aussi le départ de l'équilibre se fait quand il y a surabondance de X et sera donné par la condition

$$\Gamma_D \leq H. \quad (1.24)$$

Il est d'usage de définir

$$K \equiv \left(\frac{\Gamma_D}{H} \right)_{T=m_X}. \quad (1.25)$$

Les asymétries entre particules et antiparticules sont données par :

$$\varepsilon_X = \sum_f B_f \frac{\Gamma(X \rightarrow f) - \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{f})}{\Gamma_X}; \quad \varepsilon_Y = \sum_f B_f \frac{\Gamma(Y \rightarrow f) - \Gamma(\bar{Y} \rightarrow \bar{f})}{\Gamma_Y} \quad (1.26)$$

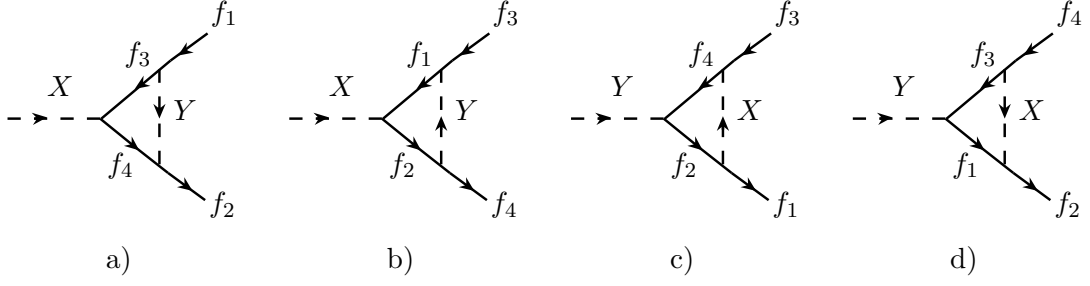
où f sont les états finals de nombre baryonique B_f .

Comme $\Gamma_{X \rightarrow \bar{f}_1 f_2} = \Gamma_{\bar{X} \rightarrow f_1 \bar{f}_2}$, les asymétries ne proviennent que des interférences entre les diagrammes à l'arbre et les diagrammes à une boucle (figures 1.4 et 1.5).

L'asymétrie résultante est alors :

$$\varepsilon = \varepsilon_X + \varepsilon_Y = 4 \left(\frac{\text{Im}(I_{XY})}{\Gamma_X} - \frac{\text{Im}(I_{XY})}{\Gamma_Y} \right) \text{Im}(g_1^* g_2 g_3^* g_4 [B_4 - B_3 - (B_2 - B_1)]) \quad (1.27)$$

où I_{XY} est l'intégrale sur l'espace des phases et $\Gamma_X(\Gamma_Y)$ la largeur totale de désintégration de $X(Y)$. Au moins deux bosons non dégénérés en masse sont donc nécessaires pour avoir une asymétrie non nulle (sinon $I_{XY} = 0$).

FIG. 1.5 – Corrections à une boucle de la désintégration des X et Y .

Considérons le cas extrême $K \ll 1$ où les bosons X et Y sont en grande surabondance et où les processus régénérant les bosons X et Y sont négligeables : $n_{X(Y)} = n_{\bar{X}(\bar{Y})} \sim n_\gamma$ pas de suppression exponentielle. On a alors :

$$n_B = n_X \varepsilon_X + n_Y \varepsilon_Y \quad \text{et} \quad Y_B = \frac{n_B}{s} = \frac{n_\gamma (\varepsilon_X + \varepsilon_Y)}{g_* n_\gamma} = \frac{\varepsilon}{g_*} \quad (1.28)$$

où g_* est le nombre de degrés de liberté non massifs³. Dans les cas plus “critiques” $K \gtrsim 1$ on a une suppression de l’asymétrie due aux processus de “création” (désintégration inverse). Les densités n_X et n_Y sont alors calculées par résolution de l’équation de Boltzmann. On obtient ainsi une dilution de l’asymétrie par rapport à l’équation (1.28). Une bonne approximation pour $K \gtrsim 1$ est donnée par ([2] et voir [20] et section 4.5 pour une discussion) :

$$Y_B \simeq \frac{0.3}{K (\ln K)^{0.6}} \frac{\varepsilon}{g_*} \quad (1.29)$$

Sphalérons et Leptogénèse

Le même scénario avec $B \leftrightarrow L$ peut mener à une asymétrie leptonique, on parle alors de Leptogénèse [21]. Nous le verrons au chapitre 4, la désintégration de neutrinos droits lourds de Majorana satisfait les conditions de Sakharov (violation de L , C , CP et non équilibre) et peut conduire à une asymétrie leptonique selon le scénario de désintégration hors équilibre. Les théories de jauge non abéliennes possèdent une certaine structure de vide. Il a été montré [22] qu’il existe des configurations statiques qui correspondent à des solutions métastables des équations du mouvement. Ces solutions sont appelées Sphalérons (= “prêt à tomber” en grec). Les états de charges topologiques différentes (= nombre de Chern-Simons) sont séparés par une barrière de potentiel correspondant à l’énergie des sphalérons. Un ingrédient crucial de la baryogénèse via leptogénèse est la connexion entre le nombre baryonique B et le nombre leptonique L dans la phase haute température symétrique du Modèle Standard. Nous savons qu’en raison de la nature chirale des interactions faibles, B et L ne sont pas conservés au niveau quantique (anomalies). Or autour de la température critique T_C , lors de la transition de phase électrofaible (qui correspond bien à un “choix” de vide), les processus violant B et L vont être reliés aux transitions de type sphalérons. En effet les sphalérons conduisent à des processus

$$\text{vide} \rightarrow u_L u_L d_L l_L$$

3. En toute rigueur $s \propto g_* s n_\gamma$ où $g_* s$ est le nombre de degrés de liberté relativistes mais quand toutes les particules ont la même température $g_* s$ peut être remplacé par g_* .

qui brisent $B + L$ mais conservent $B - L$ avec $\Delta B = \Delta L = 3$ et n'impliquent que les champs gauches. Définissant alors $(B + L)_i$ et $(B + L)_f$ comme les valeurs avant et après la transition de phase, une asymétrie initiale $(B + L)_i$ non nulle sera effacée par les sphalérons si $(B - L) = 0$ et pourra perdurer et donner une asymétrie $(B + L)_f$ si $(B - L) \neq 0$. L'échange entre B et L dû aux sphalérons peut s'écrire à partir des équilibres chimiques et donne pour un ou deux doublets de Higgs

$$B \simeq -\frac{1}{3}L. \quad (1.30)$$

Pour finir cette introduction sur la baryogénèse, il faut souligner quelques points. Le scénario de désintégration hors équilibre nécessite une population de particules X (typiquement des bosons de jauge ou scalaires de GUT) à l'équilibre à haute température $T \gtrsim M_X$ avec $n_X \sim n_\gamma$. Si on replace ce scénario dans le contexte de l'histoire thermique de l'Univers, un regard soigneux est nécessaire afin essentiellement d'ordonner les périodes de reheating et de preheating de l'inflation avec les transitions de phase GUT et la désintégration de nos particules X afin de justifier de l'équilibre de ces dernières et que l'asymétrie générée ne soit pas supprimée lors de l'inflation. Une discussion de ces points et plus généralement des textes plus complets sur la baryogénèse seront trouvés dans [2, 15, 17].

1.5 Problématiques de cette thèse

Nous avons donc décrit certains aspects de la cosmologie et soulevé deux principales questions que sont la matière noire froide et l'asymétrie matière-antimatière. A ces deux problèmes de la cosmologie peuvent être données des solutions théoriques venant de la physique des particules comportant des manifestations expérimentales.

En effet, l'extension du Modèle Standard de la physique des particules vers la supersymétrie peut fournir une nouvelle particule massive candidat idéal de WIMP : le neutralino le plus léger.

De plus, il est possible de calculer l'asymétrie baryonique via la leptogénèse par la désintégration de neutrinos droits lourds de Majorana. Ces mêmes neutrinos sont aussi le moyen le plus convaincant d'expliquer les manifestations expérimentales de plus en plus probantes des oscillations et des masses de neutrinos. Ces résultats expérimentaux constituent en retour de fortes contraintes sur les modèles et permettent de fixer de nombreux paramètres.

Par ailleurs, le télescope à neutrinos Antares aura une emprise directe sur ces deux problématiques.

En effet, si les neutralinos constituent tout ou partie de la matière noire froide, ils sont piégés gravitationnellement au centre des corps astrophysiques massifs. Leurs propriétés leur permettent alors de s'annihiler en émettant des flux de neutrinos, signature de leur présence, qu'Antares pourrait détecter.

En outre, les oscillations font intervenir des angles de mélanges et des différences de masses entre les états de neutrinos, et Antares permettra de confirmer (améliorer?) la mesure actuelle de deux de ces paramètres.

Le premier chapitre de cette thèse constituait la mise en place du cadre cosmologique permettant la formulation des deux problématiques traitées.

Dans le deuxième chapitre nous décrirons le principe de l'astronomie neutrinos et le télescope Antares.

Le troisième chapitre sera consacré à l'étude phénoménologique de la détection du neutralino candidat de matière noire froide. Après quelques arguments en faveur de la supersymétrie et une définition du Modèle Standard Supersymétrique Minimal, ce chapitre présentera une prospection dans divers modèles supersymétriques de Grande Unification. Les prédictions des modèles seront systématiquement comparées aux sensibilités expérimentales.

Enfin, le quatrième chapitre présentera un modèle de calcul de l'asymétrie baryonique de l'Univers. Nous commencerons par une introduction au formalisme des oscillations et des masses des neutrinos, ainsi que par un résumé de la situation expérimentale actuelle. Puis nous exposerons, dans le cadre du groupe de Grande Unification $SO(10)$, un modèle de leptogénèse très contraint par ces résultats expérimentaux.

Chapitre 2

Le télescope à neutrinos Antares

Sommaire

2.1	Astronomie neutrino	21
2.2	Le détecteur Antares	23
2.3	Physique des télescopes à neutrinos	29

2.1 Astronomie neutrino

Il s'agit d'utiliser les neutrinos comme vecteurs d'observation. En effet, contrairement aux particules répondant à la force électromagnétique comme les protons et les photons, les neutrinos n'interagissent pas ou peu avec les nombreux obstacles astrophysiques : gaz, poussière, champs magnétiques, coupure GZK (Greisen-Zatsepin-Kuzmin [23, 24]), objets/régions denses. Les neutrinos constituent donc des messagers intéressants pour récolter de l'information complémentaire ou inaccessible à l'astronomie photons. Par ailleurs, ils pourraient constituer un morceau du puzzle des rayons cosmiques de très hautes énergies (UHECR) [25, 26] ou tester l'existence de nouvelle physique.

Soit donc un (anti)neutrino émis par une source, celui-ci se propage avec peu d'interactions et de pertes directionnelles jusqu'à la Terre. Il va alors potentiellement agir avec le milieu terrestre par les courants neutres

$$\nu_{e, \mu, \tau} + N \xrightarrow{Z} \nu_{e, \mu, \tau} + X$$

et les courants chargés

$$\nu_{e, \mu, \tau} + N \xrightarrow{W^+} e, \mu, \tau + X.$$

Les courants neutres vont donc être source de déviation, il en résulte une possible déformation du spectre en énergie des flux de neutrinos (surtout à haute énergie). Les courants chargés vont quant à eux transformer une partie des neutrinos en un flux de leptons chargés. Le principe d'un télescope à neutrinos (Antares [27, 28], Amanda[29]/Icecube[30], Baikal [31]...) est alors d'instrumenter un grand volume d'un milieu transparent (eau, glace) dans lequel les leptons relativistes émettent de la lumière Čerenkov que l'on va détecter et qui signera l'interaction d'un neutrino. Dans le cas d'Antares, il s'agira de lignes de photomultiplicateurs verticales fixées au fond de la mer Méditerranée. La terre sert de bouclier contre toute autre particule que les neutrinos, et la profondeur dans la mer protège des flux

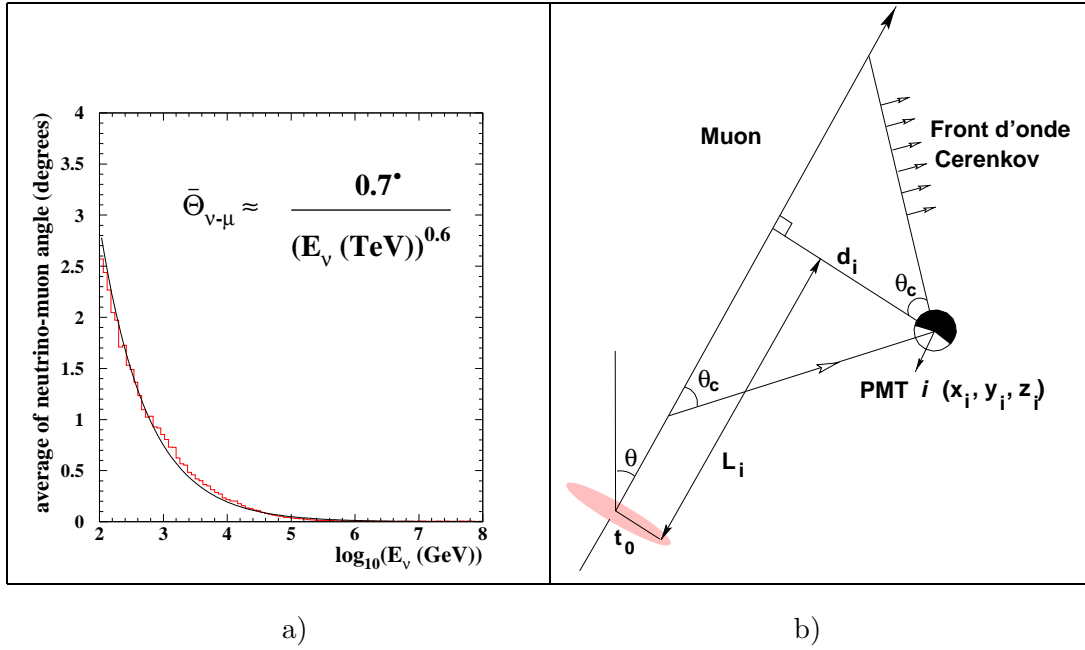


FIG. 2.1 – a) Angle entre la direction du neutrino initial et le muon généré en fonction de l'énergie du neutrino incident. b) Reconstruction de la trace du muon par le temps d'arrivée de la lumière Čerenkov (équation 2.2): θ_c est l'angle du cône Čerenkov, les traces sont repérées par le zénith θ (angle entre la direction verticale du détecteur et la trace) et l'azimut ϕ , la distance du photomultiplicateur à la trace d_i , t_0 le temps de “départ” de la trace.

de particules descendantes. On distingue alors différentes topologies d'évènements selon le type de neutrino et le lieu de la conversion neutrino-lepton :

- Si le neutrino initial est du type électronique, et si l'interaction par courant chargé a lieu dans le milieu terrestre, l'électron produit est alors stoppé dans le milieu sans propagation et ne donne lieu à aucun signal dans le détecteur. Si la conversion se fait dans le volume instrumenté on obtient une gerbe hadronique lumineuse et une gerbe électromagnétique lumineuse, due à l'électron, proches voire confondues.
- Si le neutrino initial est un ν_τ , quand la conversion en τ se fait loin du détecteur, le τ se désintègre avant d'atteindre le détecteur en raison de sa courte durée de vie. Si l'interaction par courant chargée a lieu dans le détecteur, on a une gerbe hadronique due à la transformation neutrino-lepton, une trace (=lumière Čerenkov du lepton) correspondant à la propagation du τ et éventuellement une gerbe hadronique venant de la désintégration du τ .
- Si le neutrino initial est un ν_μ , comme le muon a une longue durée de vie, il peut être détecté si la conversion se fait dans le détecteur (gerbe hadronique + trace = évènement contenu) *mais aussi* dans le cas où la conversion s'est faite (très) loin du détecteur (trace seule = évènement non contenu). On bénéficie dans ce cas d'un volume effectif de détection de plusieurs ordres de grandeurs supérieurs au volume instrumenté.

Les évènements provenant des ν_μ sont les signaux typiques pour la recherche de neutralinos (chapitre 3) et pour confirmer les oscillations de neutrinos (chapitre 4).

Reconstruction des traces dans Antares

La “collecte” de la lumière Čerenkov permettra d'accéder à la direction et à l'énergie des

muons et des neutrinos initiaux correspondants (figure 2.1)¹. La condition d'émission de lumière Čerenkov pour une particule de masse m et de charge Z dans un milieu transparent d'indice n est $E_{seuil} = m/\sqrt{1-1/n^2}$. L'angle d'ouverture du cône d'émission s'exprime par $\cos \theta_C = 1/(\beta n)$ où $\beta = v/c$. Enfin les photons sont essentiellement émis à petite longueur d'onde

$$\frac{d^2 N}{dx d\lambda} = \frac{2\pi\alpha Z^2}{\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\lambda)}\right) = \frac{2\pi\alpha Z^2}{\lambda^2} \sin^2 \theta_C. \quad (2.1)$$

La mesure des temps d'arrivée des photons Čerenkov sur les PM t_i permet la reconstruction des paramètres de la trace (figure 2.1b)) et ainsi d'accéder à la direction du muon et puis à celle du neutrino (figure 2.1a)). L'amplitude des impulsions permet d'estimer l'énergie des muons e_μ . Le temps d'arrivée des photons Čerenkov t_i sur le photomultiplicateur est alors calculé en fonction des paramètres de la trace (figure 2.1b)) par

$$t_i = t_0 + \frac{1}{c}(L_i + d_i \tan \theta_C) . \quad (2.2)$$

Les bruits de fond physiques pour la sélection des neutrinos sont les muons atmosphériques, créés comme les neutrinos atmosphériques lors des collisions des rayons cosmiques sur les noyaux de l'atmosphère (section 4.2.2). Ces muons atmosphériques sont $\sim 10^6$ fois plus nombreux que les muons issus de neutrinos mais sont descendants ce qui constitue un bon critère de discrimination. De plus leur flux est fortement diminué par le fait d'être au fond de la mer. Le danger majeur est lorsque plusieurs muons simulent une trace ascendante, c'est ce qu'on appelle les multi-muons. Ce problème nécessite la meilleure reconstruction possible.

2.2 Le détecteur Antares

2.2.1 Caractéristiques

Antares est une collaboration internationale européenne regroupant 7 pays et comprenant 200 physiciens et ingénieurs travaillant à la construction d'un télescope à neutrinos avec environ 1000 photomultiplicateurs et une surface de 0.1 km² dans la mer Méditerranée. Une vue schématique du détecteur Antares est montrée sur la figure 2.2. Chaque photomultiplicateur (10 ") est regroupé avec son électronique nécessaire dans une sphère de verre les protégeant de la pression mais laissant passer la lumière. L'ensemble constitue un module optique (figure 2.3), ce sont les "yeux" du détecteur qui regarderont vers le sol (45 degrés), pour ne pas être pollué par la lumière des μ descendants l'hémisphère supérieur est peint en noir. L'électronique frontale d'acquisition des signaux des PM est basée sur l'ARS (Analogue Ring Sampler) responsable de l'acquisition des données et notamment de la numérisation des impulsions des PM [32]. Les modules optiques sont répartis par triplet en "étage" sur des structures mécaniques comportant également un conteneur avec l'électronique (acquisition et transmission des données, déclenchement, synchronisation d'horloge). Certains étages sont équipés d'hydrophone pour le positionnement qui se fera par triangulation acoustique et de balise optique pour la calibration en temps et le contrôle des propriétés optiques de l'eau. Chaque ligne comporte 30 étages séparés de 12 m. Les lignes sont ancrées au sol, séparées de 60 m et "tendues" par des bouées. Chaque ligne est

1. On a aussi une déviation supplémentaire due à la diffusion multiple du muon qui modifie l'angle neutrino-muon dans le détecteur par rapport au vertex.

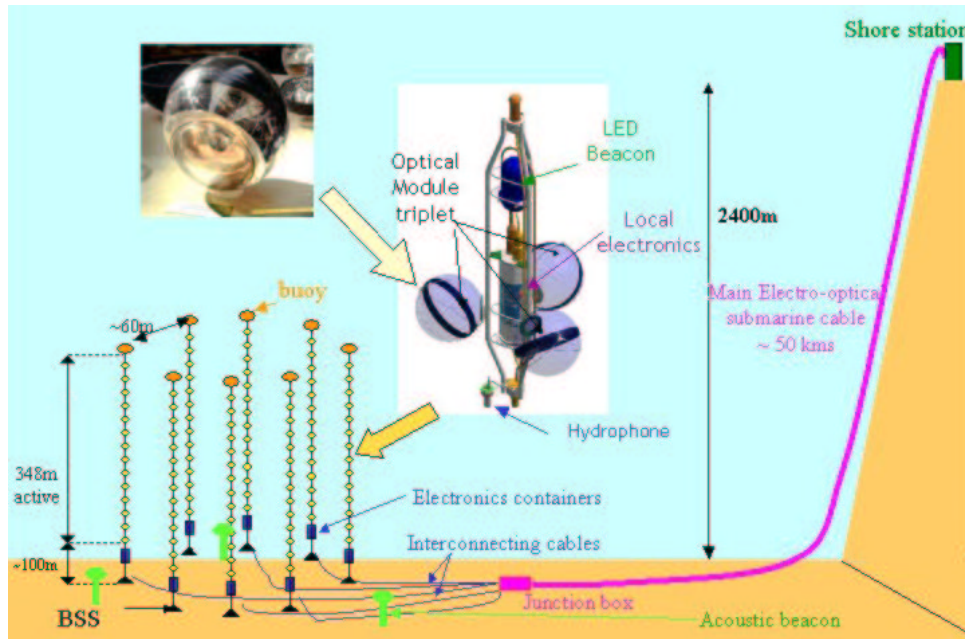


FIG. 2.2 – Schéma du télescope Antares.

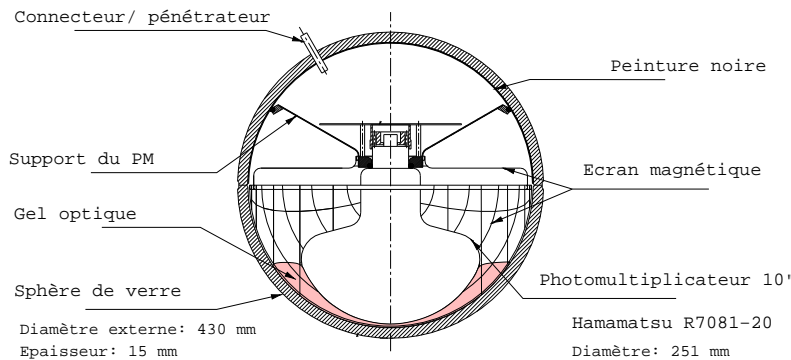


FIG. 2.3 – Schéma d'un module optique.

connectée à une Boîte de Jonction depuis laquelle les données sont rapatriées à la station de contrôle de la côte située à la Seyne sur Mer par un câble électro-optique (EO) de 40 km qui sert également d'alimentation. Le déploiement du détecteur *in situ* a commencé par la mise en place du câble EO en octobre 2001. La Boîte de Jonction et une ligne prototype doivent être mises l'eau en Novembre 2002. Enfin les lignes du détecteur seront mises à l'eau entre 2003 et 2005. Antares sera constitué de 12 lignes soit 1080 PM. Le télescope Antares est donc construit dans la mer Méditerranée, à 40 km au large de Toulon (voir figure 2.4), à une profondeur de 2.4 km.

Les propriétés du site sont importantes pour la qualité de la détection. La longueur d'absorption pour les longueurs d'ondes auxquelles les photomultiplicateurs d'Antares sont sensibles (~ 470 nm) a été mesurée *in situ* entre 50 et 60 m [33] soit équivalente à la distance entre les lignes. Le choix de l'eau par rapport à la glace induit une moindre diffusion de la lumière (longueur de diffusion $\gg 100$ m) conduisant à une bien meilleure résolution angulaire. Les bruits de fond optique locaux (voir la référence [34]) proviennent tout d'abord de la lumière Čerenkov émis par l'électron issu la désintégration β du ^{40}K présent dans le

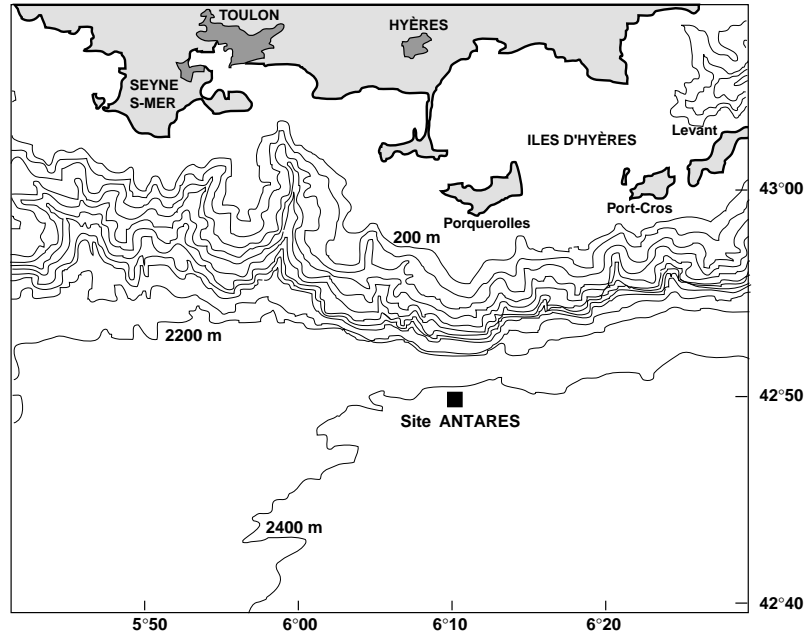
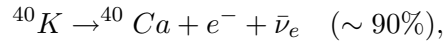
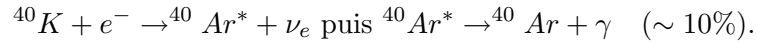


FIG. 2.4 – Site d'Antares.

sel de l'eau



et de l'émission gamma dans la capture électronique de ce même potassium-40



Ces 2 processus donnent une composante continue (~ 40 kHz). S'ajoute à cela la bioluminescence dont une composante venant de bactéries est variable sur quelques heures (~ 20 kHz) et enfin une contribution plus ponctuelle mais plus prononcée venant de la bioluminescence d'organismes vivants (\gtrsim MHz sur quelques secondes).

Enfin, la biosalissure progressive des sphères en verre conduit à une perte de transparence. Cette dégradation provient de l'accumulation de sédiments (surtout sur le dessus ce qui exclut une orientation vers le haut des PM) et de bactéries sur la surface des modules optiques. Cet effet a été mesuré *in situ* et ne conduit qu'à une perte inférieure à 2% sur l'intensité de la lumière observée au bout d'un an.

2.2.2 Simulations

Afin d'estimer les performances du détecteur, il faut être capable de modéliser les interactions des neutrinos à travers le milieu dans et autour du volume instrumenté ainsi que la propagation des particules produites jusqu'à une distance où elles sont détectables par les PM. Ensuite il faut déterminer la réponse du détecteur à la lumière Čerenkov. On considère le volume instrumenté comme un cylindre autour duquel on a un cylindre plus grand, la "can" (typiquement 3 longueurs d'absorption soit environ 200 m de rayon supplémentaire au volume instrumenté) définissant le volume pour lequel sera généré de la lumière Čerenkov dans la simulation du détecteur. On parle d'événements de volume pour les neutrinos qui interagissent dans la can et d'événements de surface quand l'interaction a eu lieu en dehors de ce volume et que le muon traverse sa surface. La can est un artefact de

la simulation, au delà d'une taille minimum les performances simulées sont indépendantes de ses dimensions. Il faut s'assurer que la can contient le volume entier dans lequel la lumière Čerenkov générée est détectée par l'expérience.

2.2.2.1 Générations des évènements

Interactions des neutrinos

Tout d'abord, il faut simuler les interactions (par courants chargés) des neutrinos sur les nucléons $\sigma_{\nu-N}^{CC}$ dans toute la gamme d'énergie. Les énergies pertinentes pour Antares vont du seuil de l'expérience ~ 10 GeV à quelques PeV, au delà les flux sont très faibles et la Terre devient opaque pour les neutrinos. Ces interactions suivent les régimes de diffusion profondément inélastique (DIS) voire de diffusion quasi-élastique (QE) pour les basses énergies [35]. Une autre information importante provient des distributions partoniques dans les nucléons (PDF) qui dépendent de l'énergie du neutrino et des variables cinématiques des partons. Enfin il faut simuler l'hadronisation après l'interaction. On a typiquement 2 milieux d'interaction : la "roche standard" $A = 22$; $Z = 11$; $\rho = 2.65$ g cm⁻³ et l'eau. Pour ces deux milieux on adopte une approximation de nucléon cible isoscalaire et on travaille en unités d'eau équivalente puis on réajuste les densités et les distances par des coefficients de proportionnalité.

Propagations des muons

Différents processus conduisant à une perte d'énergie interviennent : l'ionisation (excitation des électrons et rayonnement δ), le rayonnement de freinage (Bremsstrahlung), les créations de paires et les interaction photonucléaires. L'importance relative de ces processus va dépendre de l'énergie des muons. On définit alors une probabilité de survie des muons à une distance x , $P_{surv}(E_\mu^{min}, E_\mu, x)$, et un parcours effectif $R_{eff} = \int_0^\infty P_{surv}(E_\mu^{min}, E_\mu, x) dx$ où $E_\mu^{min} = 0.16$ GeV est le seuil de production de lumière Čerenkov dans l'eau.

A ce stade, on suppose un indice spectral de flux de neutrinos E^{-n} . Un neutrino est alors défini par son énergie et sa direction. On peut ensuite effectuer la simulation et générer les évènements. Mais typiquement $n_\nu/n_\mu \sim 10^{10}$ donc pour générer un grand nombre de muons il faut un temps de calcul considérable. On échantillonne alors la gamme d'énergie désirée en différents bins. On calcule alors le nombre d'évènements N_i à générer dans l'intervalle i en fonction de l'indice spectral choisi. On redéfinit ensuite un volume réduit local V_{scale} par bin d'énergie i . Le nombre d'évènement N_i^{scaled} à générer pour le bin i est déterminé alors par une loi de Poisson sur la variable $N_i \frac{V_{scaled}}{V_{can}}$ [36]. Un poids tenant compte de cette méthodologie est calculé pour chaque évènement.

2.2.2.2 Simulation du détecteur

Différents points sont à considérer :

- simuler la propagation des muons et la lumière Čerenkov émise,
- inclure les gerbes électromagnétiques possibles induites par les interactions des muons,
- ajouter la lumière produite par la gerbe hadronique au vertex pour les neutrinos qui interagissent dans la can,
- simuler la propagation de la lumière dans l'eau,
- simuler la géométrie du détecteur,
- intégrer la réponse des photomultiplicateurs en fonction de la longueur d'onde et de l'angle d'incidence,
- simulation de l'électronique d'acquisition des PM [32].

2.2.3 Performances et efficacités

Déclenchement

La logique de déclenchement exacte d'Antares est flexible, l'électronique étant suffisamment souple pour adapter différentes possibilités selon les conditions expérimentales et les nécessités de la physique. Le déclenchement actuel est basé sur la coïncidence des impulsions de couples de PM des modules optiques d'un étage ou sur les grandes impulsions. La coïncidence est définie par une différence de temps entre les signaux détectés inférieure à 20 ns. Les impulsions inférieure à 0.5 photoélectron sont exclues. Un évènement est alors sélectionné si [36] :

- il y a au moins 2 coïncidences locales,
- au moins 2 lignes sont touchées (\rightarrow information 3D),
- au moins 5 modules optiques sont touchés puisqu'il faut 5 paramètres pour définir la position et la direction d'une trace (x, y, z, θ, ϕ) (figure 2.1).

Reconstruction et sélection

La reconstruction de la trace est basée sur une fonction de vraisemblance sur les différences de temps entre l'observation et ce qu'on attend. On applique ensuite des coupures afin de rejeter les muons atmosphériques descendants reconstruits comme ascendants et les multimuons. Le développement de ces méthodes sera trouvé dans [37, 38]. Les résultats actuels conduisent à 100 multimuons reconstruits pour un an pour tout le volume. Ces résultats sont complètement réduits pour les sources ponctuelles en se restreignant au cône de visée dans la direction ciblée, pour les neutralinos on a alors moins de multimuons que de bruit de fond venant de neutrinos atmosphériques. Dans le cas des sources diffuses et l'astronomie haute énergie, une coupure sur l'énergie ~ 50 -100 TeV permet alors de réduire ce problème.

Volume effectif

Pour un taux d'interaction donné, il s'agit du volume d'un détecteur d'une efficacité de 100% qui obtiendrait le même taux d'évènements qu'Antares. Il est défini par

$$V_{eff} = \frac{N_{selected}}{N_{generated}} \times V_{generation} \quad (2.3)$$

où $N_{generated}$ est calculé en fonction de l'indice spectral par bin d'énergie et d'angle.

Surface effective pour les neutrinos

Il s'agit de la surface pour laquelle on a 100% d'efficacité de détection pour des neutrinos traversant cette surface et pour laquelle on aurait le même taux de détection qu'Antares. Cette surface se déduit du volume effectif et de la probabilité de survie du neutrino en traversant la Terre

$$P_{Earth}(E_\nu, \theta_\nu) = e^{-\rho(\theta_\nu)N_A\sigma_{\nu-N}^{CC}} \quad (2.4)$$

où ρN_A est le nombre de nucléons cibles et $\sigma_{\nu-N}^{CC}$ la section efficace courant chargé nucléon-neutrino, par

$$A_{eff}^\nu(E_\nu, \theta_\nu) = V_{eff}(E_\nu, \theta_\nu) \rho N_A \sigma_{\nu-N}^{CC} P_{Earth}(E_\nu, \theta_\nu) \quad (2.5)$$

Les surfaces effectives d'Antares sont montrées sur la figure 2.5 pour différentes valeurs de résolution angulaire (figure 2.6) .

Résolution angulaire

La qualité de la détection d'une source ponctuelle et la réjection des neutrinos atmosphériques (qui sont alors le bruit de fond) va aussi dépendre de la précision avec laquelle la direction du neutrino est reconstruite. La résolution angulaire est définie comme la médiane de la distribution des angles entre la trace reconstruite et le neutrino original. La valeur typique obtenue est de 0.23 degré, les résultats sont montrés figure 2.6.

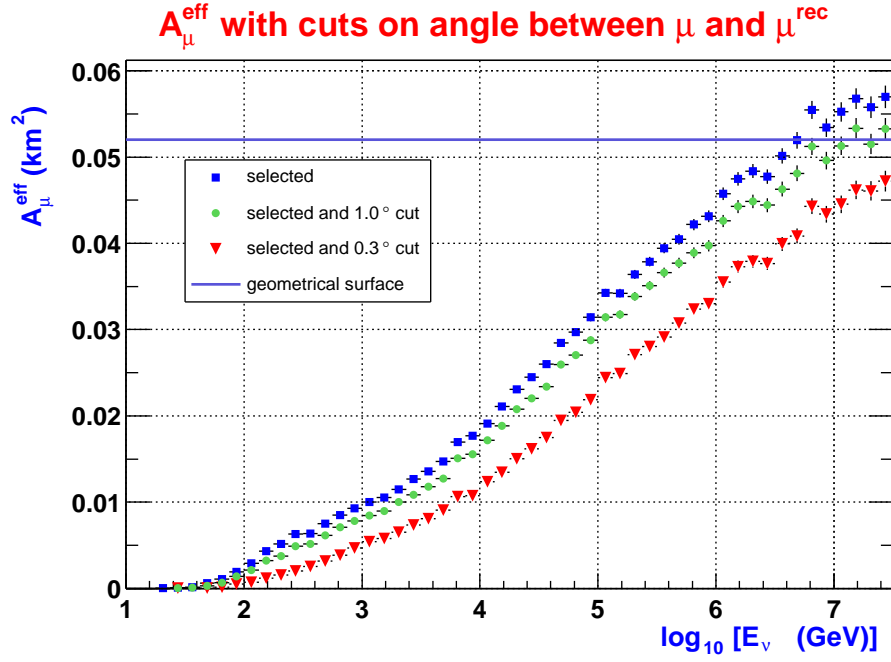


FIG. 2.5 – Surface effective d’Antares pour différentes valeurs de résolution angulaire.

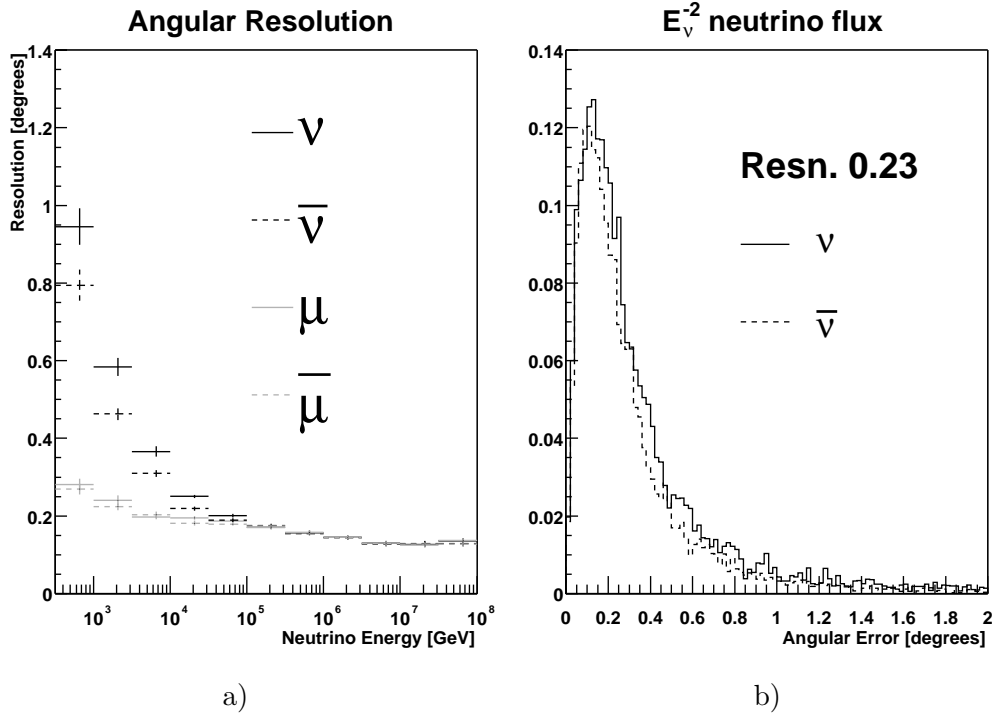


FIG. 2.6 – a) Résolution angulaire d’Antares en fonction de l’énergie des neutrinos. La différence $\nu - \mu$ vient de l’angle physique lors de la conversion . b) Distribution des erreurs angulaires pour un flux de neutrinos en E^{-2} [36].

Une dérivation complète des simulations avec le descriptif des programmes ainsi que de l’analyse résumée en section 3.3.5 avec laquelle nous comparerons les prédictions théoriques du chapitre 3 de cette thèse sera trouvée dans [36]. Pour plus de détails sur la reconstruction voir aussi les références [39, 37, 38].

2.3 Physique des télescopes à neutrinos

Que mettre en évidence avec un détecteur capable d’observer la nature via les neutrinos? Nous allons ici donner quelques exemples.

Les neutrinos de hautes énergies sont principalement créés lors de collision de protons avec la matière ou le rayonnement. Les sources astrophysiques de neutrinos sont alors typiquement les émetteurs ou accélérateurs de protons. Les objets dont la structure conduisent à des mécanismes d’accrétion et d’émission de jets comprenant des protons qui vont donner lieu à des neutrinos par collisions sur une structure locale du système sont alors des candidats naturels. Parmi ces candidats on trouve les micro-quasars galactiques qui sont des systèmes binaires émetteurs de rayons-X. Ils sont constitués d’un objet compact (trou noir, étoile à neutrons) et d’une étoile compagnon, le système étant en rotation autour de son centre de gravité. La dynamique induit un transfert de matière de l’étoile compagnon vers l’objet compact conduisant à la formation d’un disque d’accrétion et à l’émission de jets visibles en rayons-X. Si les jets sont principalement composés d’un plasma électron-protons, il y aurait alors, avant le flash radio, une émission de neutrinos détectables sur la Terre [40, 41]. Une autre source potentielle de neutrinos sont les noyaux actifs de galaxies (AGN) qui comportent probablement un trou noir supermassif responsable de la formation d’un disque d’accrétion et conduisant à l’émission de jets relativistes.

Lors de l’explosion d’une supernova, une grande partie de l’énergie émise l’est sous forme de neutrinos [42, 43]. L’énergie typique de ces neutrinos est de quelques dizaines de MeV donc inaccessible pour un télescope comme Antares (seuil ~ 10 GeV). Mais l’onde de choc associée à l’expansion peut accélérer les protons par le mécanisme de Fermi donnant lieu à des neutrinos énergétiques \sim PeV [44].

Les sursauts de rayons gammas (GRB) sont les phénomènes les plus distants, les plus énergétiques et peut être les plus énigmatiques connus aujourd’hui. Un GRB pourrait provenir d’un effondrement de coeur de supernova très massive en un trou noir en rotation émettant de la matière très dense. Cette “fireball”, qui s’étend de façon ultra-relativiste en émettant des jets focalisés, est source des flux importants de neutrinos [45, 46]. Une autre alternative de production de GRB peut résulter de l’émission de “canonball” de la taille de la Terre [47]. Ces émissions pourraient s’accompagner de flux de neutrinos énergétiques. En plus d’être une source d’observation, les GRB pourraient fournir des informations intéressantes par la mesure des corrélations entre les temps d’arrivée des photons et des neutrinos différents en raison de la masse des neutrinos et par effet de gravitation quantique. Ces décalages temporels pourraient aussi permettre de sonder l’énergie du vide. Ces effets sont décrits dans [48].

L’existence de monopôles (prédit par toute GUT préservant un sous groupe $U(1)$) relativistes peut aussi être contrainte par les télescopes à neutrinos. Voir la référence [32] pour une étude des performances d’Antares sur ce sujet.

Si le flux de neutrinos atmosphériques constitue une part du bruit de fond pour l’étude des autres sources notamment aux énergies intermédiaires (WIMP), un télescope à neutrino pourra confirmer les oscillations des neutrinos atmosphériques et, selon ses caractéristiques (taille, seuil), éventuellement améliorer les mesures du paramètre de différence de masses carrées et de l’angle de mélange et “voir” le premier minimum de l’oscillation

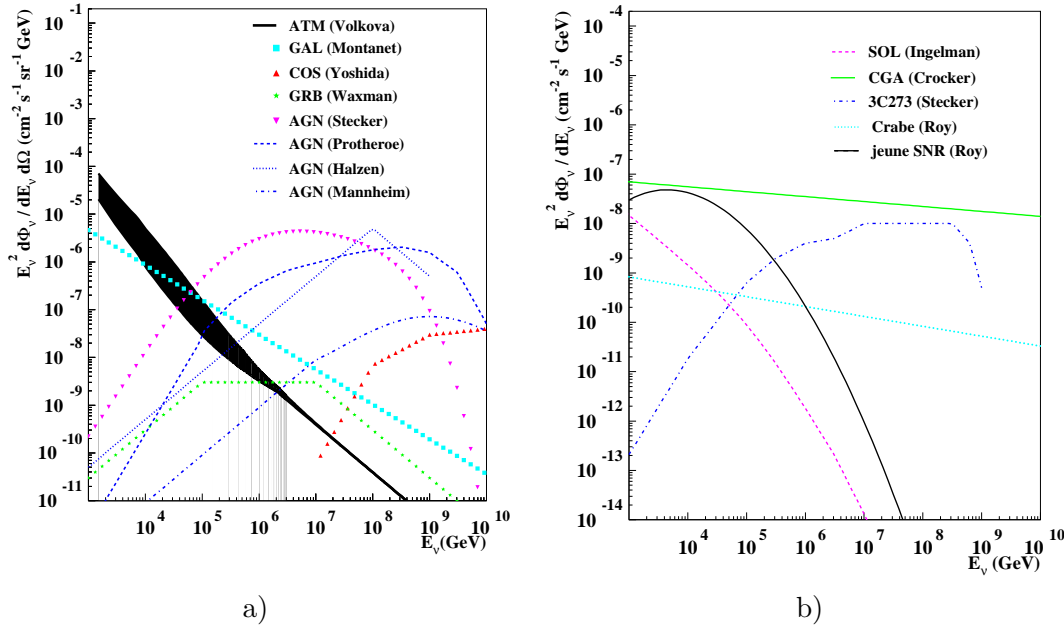


FIG. 2.7 – a) Flux diffus de neutrinos de haute énergie : neutrinos atmosphériques (ATM), neutrinos résultants de l’interaction des rayons cosmiques avec le plan galactique (GAL), neutrinos cosmologiques (COS), neutrinos de GRB, neutrinos d’AGN. b) Flux de neutrinos de quelques sources ponctuelles : neutrinos résultants de rayons cosmiques sur le soleil (SOL), le centre galactique (GAL), la galaxie active 3C273, la nébuleuse du Crabe et le reste d’une jeune supernova (jeune SNR).

(voir chapitre 4).

Inspirées des théories des cordes, les extensions théoriques avec dimensions supplémentaires de rayon de compactification de l’ordre du mm [49, 50] pourraient aussi être testées par les télescopes à neutrinos. En effet l’apparition de nouvelle physique à une échelle $M_{string} \sim \text{TeV}$ changerait l’interaction neutrino-nucléon $\sigma_{\nu-N}$. Aussi, au delà d’une certaine énergie caractéristique de cette nouvelle physique, le spectre observé par un télescope serait différent de ce qui est attendu avec $\sigma_{\nu-N}^{MS}$ à cause de l’échange des modes de Kaluza-Klein du graviton [51] (on pourrait même imaginer une coupure dans le spectre si les effets sont forts). En raison de l’énergie des neutrinos impliqués $\gg M_{string}$, jauger quantitativement de tels effets requiert un calcul de $\sigma_{\nu-N}$ dans un cadre de théorie des cordes.

Peut être un peu plus spéculatif du point de vue de la physique des particules que le scénario WIMP pour la matière noire froide dont nous étudierons la version supersymétrique/neutralinos dans le chapitre 3, l’existence de particules très lourdes (10^{10} GeV) produites non thermiquement durant l’inflation pourraient aussi constituer la matière noire. Si ils interagissent fortement ces “SIMPZILLAS” pourrait aussi être capturés par les corps astrophysiques, s’annihiler en donnant lieu à des flux de neutrinos et être détectés par les télescopes à neutrinos [52, 53].

Il faut remarquer qu’en raison du peu de signal attendu, le test de certains des scénarii proposés sont plus à envisager pour un télescope d’un km^3 .

Enfin comme tout nouveau type d’observation on peut espérer des signaux imprévus ...

Les différentes prédictions pour les flux diffus par différents modèles et pour quelques sources ponctuelles sont montrées sur la figure 2.7.

Chapitre 3

Phénoménologie de la détection de Neutralinos

Sommaire

3.1	Introduction	33
3.2	La Supersymétrie et le MSSM	33
3.3	Détection de CDM neutralinos	53
3.4	La Connexion Suspect-Darksusy : physique à plusieurs échelles d'énergie.	66
3.5	Prospection dans les modèles mSugra/CMSSM	67
3.6	Autres modèles type GUT : non-universalité(s).	87
3.7	Paramétrisation effective du MSSM à basse énergie.	99

3.1 Introduction

Une des principales composantes de l'Univers est donc la matière noire froide. La supersymétrie dans le cadre du Modèle Standard Supersymétrique Minimal (MSSM) avec conservation de R-parité, fournit un candidat très intéressant : la particule supersymétrique la plus légère qui quand il s'agit du neutralino le plus léger est donc une particule stable, neutre et interagissant faiblement.

Parmi les expériences de détection de matière noire, on distingue ce qu'on appelle la détection directe et la détection indirecte. Il s'agit dans le premier cas de mesurer la collision entre un neutralino et un noyau du détecteur. La détection indirecte se propose de mesurer des flux de particules secondaires (ν , γ , \bar{p} , \bar{D} , e^+) provenant de la désintégration des produits d'annihilation de neutralinos. Après avoir introduit les bases théoriques nécessaires à la définition du MSSM, nous verrons au cours de notre prospection comment toute potentielle détection dépend des caractéristiques du modèle considéré et nous comparerons les prédictions avec les sensibilités expérimentales de détection directe et des télescopes à neutrinos.

3.2 La Supersymétrie et le MSSM

3.2.1 Motivations

Actuellement, la théorie des champs appelée modèle standard (MS) décrit les forces électromagnétiques, nucléaires fortes et nucléaires faibles de façon "unifiée". Cette théorie

est très précise, l'accord avec la mesure est excellent. Il s'agit d'une théorie de jauge renormalisable basée sur le groupe $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ (C=couleur, L=left, Y=hypercharge). Il se compose, en plus des bosons associés aux groupes de jauge, de 3 familles de quarks et leptons répartis en doublets de chiralité gauche et en singlets de chiralité droite (sauf pour les neutrinos voir chapitre 4) et d'un doublet de Higgs:

$$q_i^\alpha = (u_i, d_i)_L ; u_{iR}, d_{iR} ; l_i^\alpha = (\nu_i, e_i)_L ; e_{iR} ; H^\alpha = (H^+, H^0) ; H_\alpha = \epsilon_{\alpha\beta} H^\beta \quad (3.1)$$

avec $i=1, 2, 3$ index de génération, $\alpha=1, 2$ l'index de doublet $SU(2)_L$ et $\epsilon_{\alpha\beta} = -\epsilon_{\beta\alpha}$, $\epsilon_{12} = +1$. Le Lagrangien contient :

- les termes d'interactions de jauge avec le remplacement :
 $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - i[g_3 A_\mu^a T_C^a + g_2 W_\mu^b T_L^b + \frac{g_1}{2} B_\mu Y]$
 Les champs A_μ^a sont les gluons, les T_C^a les générateurs de $SU(3)_C$: $T_C^a = \lambda^a/2$ (λ^a , $a = 1 \dots 8$ étant les matrices de Gell-Mann) pour les quarks et 0 pour les leptons et les Higgs ;
 les champs W_μ^b sont les bosons de jauge $SU(2)_L$, les T_L^b les générateurs de $SU(2)_L$: $T_L^b = \tau^b/2$ (τ^b étant les matrices de Pauli) pour les doublets $SU(2)_L$ et 0 pour les singlets ;
 le champs B_μ est le champs de jauge de l'hypercharge $U(1)_Y$, l'hypercharge Y étant définie par $Q = T_L^3 + Y/2$.
- les interactions de Yukawa : $\mathcal{L}_Y = h_{ij}^u q_j^\alpha \bar{u}_{iR} H_\alpha + h_{ij}^d \bar{q}_i^\alpha d_{Rj} H^\alpha + h_{ij}^e \bar{l}_i^\alpha e_{Rj} H^\alpha$;
- le potentiel de Higgs : $V_H = -m^2 H^{\alpha\dagger} H^\alpha + \lambda (H^{\alpha\dagger} H^\alpha)^2$; $m^2, \lambda > 0$.

Les symétries de jauge interdisent des termes de masses explicites pour les fermions et les bosons. Mais grâce au choix particulier de signe devant m^2 on va pouvoir effectuer la brisure spontanée de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ par minimisation du potentiel V_H qui conduit à $v = \frac{m^2}{\sqrt{2}\lambda}$ où $v = \langle H^0 \rangle$ est la valeur d'attente dans le vide (*vacuum expected value*, vev) de H^0 et $m_H = 2m^2$. On obtient alors les masses des fermions $M_{ij}^f = y_{ij}^f v$, $f = u, d, e$. Dans le cas des quarks, on peut diagonaliser cette matrice par des transformations unitaires sur les champs R et L et obtenir les états propres de masses qui pour les quarks de type down sont les $d'_{ij} = V_{ij} d_{ij}$ où V est la matrice CKM. Ce mécanisme conduit aussi à la masse des bosons de jauge W^\pm et Z avec $M_W = gv/2$ soit $v = 246$ GeV.

Ce modèle standard comporte 19 paramètres libres, à savoir les 3 constantes de couplage, les masses des fermions (9), les 2 paramètres du potentiel de Higgs (m et λ), les 3 angles et la phase de la matrice CKM et le paramètre de violation forte de CP θ_{QCD} .

Malgré tous les succès de ce modèle, des aspirations théoriques et des résultats expérimentaux suggèrent l'existence de nouvelle physique :

- le problème de hiérarchie : les corrections radiatives à une boucle à la masse des scalaires sont quadratiquement divergentes

$$\delta m_H \simeq 0 \left(\frac{g^2}{16\pi^2} \right) \int d^4 k \frac{1}{k^2} \sim O(\alpha) \Lambda^2 \quad (3.2)$$

où g est une constante de couplage, $\alpha = g^2/4\pi$ Λ l'échelle de cut off. Donc m_H augmente avec Λ et s'éloigne d'autant de M_W . Une solution serait un réglage fin de m^2 pour annuler les corrections radiatives mais la précision requise est déraisonnable (30 décimales si $\Lambda = M_{GUT} = 10^{16}$ GeV!!).

- le nombre élevé de paramètres libres.
- l'unification des constantes de couplage à grande échelle (GUT) : l'unification des forces nucléaires par un produit de groupe est incomplète car il subsiste toujours

3 constantes de couplage. Mais ceci suggère une réelle unification dans un groupe unique G ($\text{rang} \geq 4$, $G \supset SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ à grande échelle. Cette évolution par les équations du groupe de renormalisation du modèle standard ne conduit pas à l'unification de g_3, g_2, g_1 .

- les oscillations de neutrinos : comme nous le verrons dans le chapitre 4, les oscillations de neutrinos se confirment de plus en plus et nécessitent des masses pour les neutrinos ce que ne leur donne pas le modèle standard sans neutrino droit.
 - la brisure électrofaible est effectuée à la main : dans le potentiel V_H nous avons *choisi* le signe pour m^2 permettant une minimisation sur un vide non trivial.
- ... cette liste est non exhaustive.

L'extension théorique du MS la plus plébicitée est la supersymétrie (SUSY). Il s'agit d'une symétrie échangeant fermions et bosons. Cette théorie est motivée mathématiquement et apporte naturellement des solutions à certains des problèmes précédents. En effet :

- dans les corrections radiatives à la masse du Higgs m_H , grâce à la symétrie fermions-bosons, à chaque boucle bosonique est associée une boucle fermionique avec un signe opposé (différence de statistique) qui permet une annulation sans "fine tuning" des divergences à condition que $|m_B^2 - m_F^2| \simeq 1 \text{ TeV}^2$.
- la brisure électrofaible peut être réalisée radiativement (i.e par corrections quantiques) grâce à la grande valeur de la masse du quark top.
- la supersymétrie est la seule extension non triviale des symétries d'espace temps (Algèbre de Poincaré).
- si cette supersymétrie est locale, un lien immédiat est fait avec la relativité générale ouvrant la voie à l'unification des forces de la physique des particules avec la gravité : la supergravité.
- Susy est un ingrédient nécessaire pour les théories ultimes : cordes, théorie M.
- dans le cadre du Modèle Standard Supersymétrique Minimal (MSSM) que nous définirons plus loin, l'unification de g_3, g_2, g_1 est réalisée à $M_{GUT} \sim 2.10^{16} \text{ GeV}$.
- enfin et c'est un cadeau de la supersymétrie pour ce qui nous préoccupe, dans le MSSM avec l'hypothèse de conservation de R-parité ($R = (-1)^{3B+L+2S}$ où B, L et S sont les nombres baryonique, leptonique et de spin, nous y reviendrons) on peut obtenir une particule massive supplémentaire stable, neutre et interagissant faiblement : candidat idéal de matière noire froide.

3.2.2 Eléments de supersymétrie

La supersymétrie est une symétrie entre fermions et bosons. Si Q est un générateur de SUSY : $Q|boson\rangle = |fermion\rangle$; $Q|fermion\rangle = |boson\rangle$. Les générateurs doivent donc être des spineurs anticommutants. L'algèbre de supersymétrie est une extension de l'algèbre de Poincaré. Les générateurs Q_α et $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ se transforment dans les représentations $(\frac{1}{2}, 0)$ et $(0, \frac{1}{2})$, aussi l'anticommutateur $\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\}$ doit se transformer comme $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ i.e être un 4-vecteur. Un candidat immédiat est P^μ , et on arrive à :

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\} = 2\sigma^\mu_{\alpha\dot{\beta}} P_\mu \quad (3.3)$$

qui avec $\{Q_\alpha, Q_\beta\} = \epsilon_{\alpha\beta}$, $\{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}$ et les relations de l'algèbre de Poincaré définissent l'algèbre supersymétrique.

Les représentations irréductibles de cette algèbre sont appelés *supermultiplets*. Dans chaque supermultiplet, on trouve des degrés de liberté fermioniques et bosoniques, superpartenaires les uns des autres, s'échangeant par les opérations de Q_α et $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$. Comme $M^2 =$

$P^2 = P^\mu P_\mu$ commute avec tous les générateurs de l'algèbre *i.e* c'est un opérateur de Casimir, les particules d'un même supermultiplet ont même masse.

On peut remarquer aussi que l'Hamiltonien P_0 est toujours positif. En effet, comme $Tr(\sigma^\mu P_\mu) = 2P_0$, en prenant la trace de l'équation 3.3 on a :

$$P_0 = H = \frac{1}{4}\{Q_\alpha, \bar{Q}_\alpha\} \geq 0 \quad (3.4)$$

Donc si $E = \langle 0|H|0 \rangle$, $E \neq 0$ si et seulement si $Q_\alpha|0 \rangle \neq 0$. Ainsi, si le vide est supersymétrique alors $E = \langle 0|H|0 \rangle = 0$, mais s'il y a brisure spontanée de SUSY $Q_\alpha|0 \rangle \neq 0$ alors $E = \langle 0|H|0 \rangle \neq 0$ et positif. L'idée est que le vide brisé étant toujours plus énergétique que le vide supersymétrique, il sera difficile de briser SUSY. De plus le minimum du potentiel est donc positif ce qui est conflictuel avec les brisures spontanées des symétries de jauge.

Un supermultiplet contient toujours autant de degrés de liberté bosoniques que fermioniques. En effet, si N_F est le nombre fermionique égal à 1 (resp. 0) pour un fermion (boson), *i.e* $(-1)^{N_F} = 1$ pour un boson et -1 pour les fermions, il faut montrer que

$$Tr(-1)^{N_F} = 0, \quad (3.5)$$

or $(-1)^{N_F}$ anticommute avec Q_α et donc par cyclicité de la trace

$$0 = Tr(-Q_\alpha(-1)^{N_F}\bar{Q}_{\dot{\beta}} + (-1)^{N_F}\bar{Q}_{\dot{\beta}}Q_\alpha) = Tr((-1)^{N_F}\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\}) \quad (3.6)$$

$$= 2\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^{\mu\nu}Tr((-1)^{N_F}P_\mu) \quad (3.7)$$

qui montre 3.5 pour tout P_μ non nul.

Le lecteur trouvera une introduction à la supersymétrie dans les références [54][55][56].

Afin de décrire les interactions, 2 multiplets non massifs sont nécessaires :

- le multiplet chirale (z, χ) où χ est un spineur de Weyl (les quarks et les leptons) et z est un champ scalaire complexe (les squarks et les sleptons).
- le multiplet vectoriel (V^μ, λ) où V^μ est un champ de vecteur réel (les bosons de jauge) et λ est un spineur de Majorana (les jauginos).

Le lagrangien comprend alors les interactions de jauge et de Yukawa habituelles et leur correspondances supersymétrisées. On a pour les interactions de jauge :

- le terme obtenu par le remplacement minimal :

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - i \sum_i g_i V_{\mu i}^a T_i^a, \quad (3.8)$$

- des interactions entre les jauginos et les multiplets chiraux :

$$\mathcal{L}_\lambda = -i\sqrt{2} \sum_{i,m} g_i \bar{\lambda}_i^a z_m^\dagger T_i^a \chi_m, \quad (3.9)$$

- une contribution bosonique supplémentaire au potentiel effectif dit terme D :

$$V_D = \frac{1}{2} \sum_{i,a} g_i^2 D_i^a D_i^a ; D_i^a = \sum_m z_m^\dagger T_i^a z_m \quad (3.10)$$

Les interactions de Yukawa sont, elles, décrites par un superpotentiel $W(z_m)$ ¹. Elles se composent de :

- des interactions de type bosonique au potentiel effectif appelées terme F :

$$V_F = \sum_m \left| \frac{\partial W}{\partial z_m} \right|^2 \quad (3.11)$$

- des interactions fermioniques données par :

$$\mathcal{L}_Y = -\frac{1}{2} \sum_{m,n} \tilde{\chi}_m^C \frac{\partial^2 W}{\partial z_m \partial z_n} \chi_n + h.c \quad (3.12)$$

On a donc construit des interactions supersymétriques et invariantes de jauge.

3.2.3 Le MSSM

Le modèle supersymétrique le plus simple et le plus utilisé consiste en la supersymétrisation du modèle standard où ne sont ajoutés que les champs et les couplages nécessaires à la cohérence du modèle. Ce modèle porte le nom de *Modèle Standard Supersymétrique Minimal* ou MSSM [57] [58] [59] [60] [61]. Il est construit de la façon suivante :

- On associe à chaque boson de jauge un champ de spin $\frac{1}{2}$ appelé *jaugino*. Les partenaires des champs B_μ et W_μ^i s'appellent *bino* et *wino* et sont notés \tilde{B} et \tilde{W}^i . En analogie avec le photon, les bosons Z et W^\pm , on peut former le *photino* $\tilde{\gamma}$, le *Zino* \tilde{Z} , et les \tilde{W}^\pm inos à partir des champs \tilde{B} et \tilde{W}^i . Les superpartenaires des gluons sont les *gluinos* \tilde{g} .
- Les partenaires des quarks et des leptons sont de spin-0 et s'appellent les *squarks* et les *sleptons*. Il y a un superpartenaire pour chaque degré de liberté, donc deux champs bosoniques sont nécessaires par fermion du MS. Ces états seront notés *left* et *right*, \tilde{q}_L, \tilde{q}_R pour les squarks et $\tilde{\ell}_L, \tilde{\ell}_R$ pour les sleptons.
- En outre, deux doublets de Higgs complexes d'hypercharge ± 1 sont nécessaires pour donner leur masse aux quarks et leptons de type haut et bas et pour annuler les anomalies. Les partenaires de spin 0 de ces champs de Higgs s'appellent les *higgsinos*.

Les champs du MSSM sont montrés dans le tableau 3.1.

Dans sa version locale, la supersymétrie inclut la gravité dans une théorie appelée la *Supergravité*. On y suppose l'existence de graviton (spin-2) et de son partenaire supersymétrique le *gravitino* (spin- $\frac{3}{2}$).

Considérons maintenant le Lagrangien du MSSM. Les interactions de jauge dérivent du groupe de jauge du modèle standard : $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Les masses et les couplages des champs de matière sont déterminés par le superpotentiel \mathcal{W} :

$$\mathcal{W} = \sum_{i,j=1}^3 [(h_E)_{ij} H_1 L_i E_j^c + (h_D)_{ij} H_1 Q_i D_j^c + (h_U)_{ij} Q_i H_2 U_j^c] + \mu H_1 H_2 \quad (3.13)$$

où i et j sont les indices de générations. Les contractions sur les indices $SU(2)$ et $SU(3)$ sont sous-entendues. En particulier,

$$H_1 H_2 \equiv \epsilon^{\alpha\beta} H_{1\alpha} H_{2\beta} = H_1^0 H_2^0 - H_2^+ H_1^- \quad (3.14)$$

1. W est holomorphe, il ne dépend que de z et pas de z^\dagger .

Superchamp	Particule	Spin	Superpartenaire	Spin
V_1	B_μ	1	\tilde{B}	$\frac{1}{2}$
V_2	W_μ^i	1	\tilde{W}^i	$\frac{1}{2}$
V_3	G_μ^a	1	\tilde{g}^a	$\frac{1}{2}$
Q	$(u, d)_L$	$\frac{1}{2}$	$(\tilde{u}_L, \tilde{d}_L)$	0
U^c	\bar{u}_R	$\frac{1}{2}$	\tilde{u}_R^*	0
D^c	\bar{d}_R	$\frac{1}{2}$	\tilde{d}_R^*	0
L	$(\nu, e)_L$	$\frac{1}{2}$	$(\tilde{\nu}_L, \tilde{e}_L)$	0
E^c	\bar{e}_R	$\frac{1}{2}$	\tilde{e}_R^*	0
H_1	(H_1^0, H_1^-)	0	$(\tilde{H}_1^0, \tilde{H}_1^-)$	$\frac{1}{2}$
H_2	(H_2^+, H_2^0)	0	$(\tilde{H}_2^+, \tilde{H}_2^0)$	$\frac{1}{2}$

TAB. 3.1 – Contenu en champ du MSSM.

avec $\epsilon^{\alpha\beta}$ le tenseur complètement antisymétrique utilisé pour la contraction des indices d'isospin faible $SU(2)_L$ $\alpha, \beta = 1, 2$. De même, $H_1 Q D^c \equiv \epsilon^{\alpha\beta} H_{1\alpha} Q_\beta^a D_a^c$ où $a = 1, 2, 3$ est l'indice de couleur. Les matrices 3×3 h_D , h_U et h_E sont les couplages de Yukawa sans dimension donnant les masses des quarks et des leptons. De plus h_D et h_U interviennent dans le mélange des quarks et donc dans la matrice CKM.

Le Lagrangien obtenu à partir du superpotentiel (3.13) est :

$$\mathcal{L}_{\text{SUSY}} = - \left[\sum_{j,k} \frac{\partial^2 \mathcal{W}}{\partial \phi_j \partial \phi_k} \psi_j \psi_k + \text{h.c.} \right] - \sum_j \left| \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \phi_j} \right|^2 \quad (3.15)$$

où les ϕ_i sont des champs scalaires et les ψ_i des fermions; \mathcal{W} dépend uniquement des champs scalaires. Le premier terme de (3.15) contient les masses et les interactions de Yukawa des fermions, alors que le second décrit les masses et les interactions bosoniques.

Les interactions ainsi obtenues respectent une symétrie appelée R-parité discriminant les champs “standards” (fermions, bosons de jauge et de Higgs) et les superpartenaires (sfermions, higgsinos et jauginos), les premiers étant pairs sous la R-parité et les seconds impairs. Aussi, toute interaction implique un nombre pair de particules SUSY (“sparticules”). C’est à dire que les sparticules ne peuvent être produites que par paires, et que toute désintégration de sparticule doit donner un nombre impair de sparticules. C’est pourquoi, dans le MSSM avec conservation de R-parité, la particule supersymétrique la plus légère (*lightest supersymmetric particle* LSP) est stable. Comme elle ne peut pas se désintégrer, une certaine quantité peut avoir survécu et s’être découplée après le Big Bang (chapitre 1).

Afin d’être complet, il faut souligner ici que la R-parité apparaît pour des préoccupations de minimalité. Il est possible d’ajouter au superpotentiel des termes violant cette R-parité :

$$\mathcal{W}_{\text{R}} = \lambda L L E^c + \lambda' L Q D^c + \lambda'' D^c D^c U^c + \mu' H_1 L. \quad (3.16)$$

où nous avons supprimé les indices de générations. La violation de R-parité autorise la violation des nombres baryoniques et leptoniques et conduit à une phénoménologie différente

[62, 63]. En effet la production de sparticule seule est possible et la LSP n'est plus stable et peut se désintégrer !! Il existe de sévères contraintes sur les couplages λ , λ' , λ'' , and μ' principalement données par le temps de vie du proton et dans une moindre mesure par les FCNC.

Mais de telles interactions annihilent toute possibilité de recherche de matière noire supersymétriques par les expériences considérées dans cette thèse aussi nous travaillerons dans le MSSM avec conservation de la R-parité.

Le potentiel scalaire V provient des termes F et D , ce qui donne :

$$V = F_i^* F_i + \frac{1}{2} [D^a D^a + D^i D^i + (D')^2] \quad (3.17)$$

avec

$$F_i = \frac{\partial \mathcal{W}(\phi_i)}{\partial \phi_i}, \quad (3.18)$$

et

$$D^a = g_3 \phi^* T^a \phi, \quad D^i = \frac{1}{2} g_2 \phi^* \sigma^i \phi, \quad D' = \frac{1}{2} g_1 Y_\phi \phi_i^* \phi_i. \quad (3.19)$$

$T^a = \lambda^a/2$ ($a = 1, \dots, 8$) avec λ^a les matrices de Gell-Mann–Low. σ^i ($i = 1, \dots, 3$) sont les matrices de Pauli et $Y_\phi = 2(Q - I_3)$ est l'hypercharge du champ ϕ .

Le Lagrangien (3.15) conserve la supersymétrie. Pourtant dans un modèle réaliste, puisqu'aucune sparticule de même masse que les particules n'a été observée, SUSY doit être brisée. Mais, la brisure de la supersymétrie n'est pas encore réalisée de façon satisfaisante, aussi nous nous contentons de rajouter des termes de brisure douce *i.e* qui n'ajoutent pas de divergences quadratiques. Ces termes consistent en des couplages et des termes de masses "soft" pour les jauginos et les sfermions :

- termes de masse des jauginos $-\frac{1}{2} M_a \bar{\lambda}_a \lambda_a$, où a est l'indice de groupe;
- termes de masse des scalaires $-M_{\phi_i}^2 |\phi_i|^2$;
- interactions trilineaires de scalaires $A_{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k$;
- termes bilinéaires $-B_{ij} \phi_i \phi_j + \text{h.c.}$ ².

La forme du Lagrangien de brisure douce est alors :

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{\text{soft}} = & \frac{1}{2} M_1 \tilde{B} \tilde{B} + \frac{1}{2} M_2 \tilde{W} \tilde{W} + \frac{1}{2} M_3 \tilde{g} \tilde{g} + m_{H_1}^2 |H_1|^2 + m_{H_2}^2 |H_2|^2 \\ & + M_Q^2 |\tilde{q}_L|^2 + M_U^2 |\tilde{u}_R^c|^2 + M_D^2 |\tilde{d}_R^c|^2 + M_L^2 |\tilde{\ell}_L|^2 + M_E^2 |\tilde{e}_R^c|^2 \\ & + \left(h_E A_E H_1 \tilde{\ell}_L \tilde{e}_R^c + h_D A_D H_1 \tilde{q}_L \tilde{d}_R^c + h_U A_U H_2 \tilde{q}_L \tilde{u}_R^c + B \mu H_1 H_2 + \text{h.c.} \right). \end{aligned} \quad (3.20)$$

M_1 , M_2 , and M_3 sont les masses des jauginos U(1), SU(2) et SU(3) respectivement. $m_{H_1}^2$, $m_{H_2}^2$ et $B\mu$ sont les termes de masses pour le champ de Higgs. Les termes de masses scalaires M_Q^2 , M_U^2 , M_D^2 , M_L^2 et M_E^2 sont dans le cas le plus général des matrices hermitiques 3×3 dans l'espace des générations, alors que $h_U A_U$, $h_D A_D$ et $h_E A_E$ sont des matrices 3×3 quelconques. Si on autorise aux paramètres de (3.20) d'être complexes, nous avons 124 paramètres (masses, phases et angles de mélanges) libres (\supset les 19 du MS). Remarquons enfin que $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ respecte la R-parité.

2. En général les termes linéaires $-C_i \phi_i$ sont permis, où ϕ_i est un champ singlet de jauge.

3.2.4 Equations du groupe de renormalisation

Les paramètres (masses, couplages) des théories des champs ne sont pas physiques et évoluent en fonction de l'échelle Q avec les équations du groupe de renormalisation (RGE). Des paramètres “running” on peut déduire les paramètres physiques accessibles à la mesure. Par exemple la masse physique (pôle) M d'une particule est définie par :

$$M = m_{run}(Q) + co.rad(Q, M, M_{loop}) \quad (3.21)$$

où M_{loop} est la masse des particules intervenant dans les corrections radiatives.

Lors du calcul des effets de running ou des corrections radiatives en supersymétrie, il est important de choisir des schémas de régularisation et de renormalisation qui ne violent pas SUSY. Le schéma le plus populaire dans le modèle standard est la régularisation dimensionnelle (DREG, dans lequel la dimension d'espace-temps est étendue à $d = 4 - 2\epsilon$) dans une version modifiée appelée \overline{MS} . Malheureusement \overline{MS} viole la supersymétrie, aussi en SUSY utilise-t-on la régularisation par réduction dimensionnelle (DRED) dans sa version modifiée \overline{DR} qui respecte les symétries de jauge et la supersymétrie. Les équations du groupe de renormalisation du MSSM dans \overline{DR} sont connues jusqu'à l'ordre trois pour les paramètres du superpotentiel et les couplages de jauge [64], et à l'ordre deux pour les paramètres soft [65].

Nous allons donner ici les RGE à une boucle qui d'un point de vue qualitatif sont suffisantes et plus “digestes”. Nous supposons que les masses soft des squarks et des sleptons sont diagonales *i.e.* $M_{\tilde{Q}}^2 = \text{diag}(M_{\tilde{Q}_1}^2, M_{\tilde{Q}_2}^2, M_{\tilde{Q}_3}^2)$. De plus nous négligerons les couplages de Yukawa et trilineaires des première et deuxième familles *i.e.* $h_U = \text{diag}(0, 0, h_t)$, $A_U = \text{diag}(0, 0, A_t)$, *etc.*

A une boucle, l'évolution des paramètres du superpotentiel se fait selon :

$$\frac{d}{dt} h_t = \frac{h_t}{16\pi^2} \left[6|h_t|^2 + |h_b|^2 - \frac{16}{3}g_3^2 - 3g_2^2 - \frac{13}{15}g_1^2 \right]; \quad (3.22)$$

$$\frac{d}{dt} h_b = \frac{h_b}{16\pi^2} \left[6|h_b|^2 + |h_t|^2 + |h_\tau|^2 - \frac{16}{3}g_3^2 - 3g_2^2 - \frac{7}{15}g_1^2 \right]; \quad (3.23)$$

$$\frac{d}{dt} h_\tau = \frac{h_\tau}{16\pi^2} \left[4|h_\tau|^2 + 3|h_b|^2 - 3g_2^2 - \frac{9}{5}g_1^2 \right]; \quad (3.24)$$

$$\frac{d}{dt} \mu = \frac{\mu}{16\pi^2} \left[3|h_t|^2 + 3|h_b|^2 + |h_\tau|^2 - 3g_2^2 - \frac{3}{5}g_1^2 \right]. \quad (3.25)$$

Alors que l'évolution des constantes de couplages dans le MS ne converge pas vers une unification à grande échelle, dans le MSSM cette unification est réalisée à $M_{GUT} \sim 2.10^{16}$ GeV suggérant l'existence d'un grand groupe d'unification des forces $G \supset SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$. Pour les couplages de jauge et les masses des jauginos, les équations du groupe de renormalisation à une boucle s'écrivent :

$$\frac{d}{dt} g_a = \frac{b_a}{16\pi^2} g_a^3, \quad \frac{d}{dt} M_a = \frac{b_a}{8\pi^2} g_a^2 M_a \quad (3.26)$$

avec $t = \ln(Q/M_{GUT})$ et $b_a = 33/5, 1, -3$ pour $a = 1, 2, 3$, respectivement³. On a alors

$$\frac{M_a}{g_a^2} = c_a, \quad \forall t \quad (3.27)$$

3. Les coefficients b_a du MSSM sont différents du MS, où $b_a = \{41/10, -19/6, -7\}$, à cause du nombre de particules plus grand dans le cas SUSY.

où les c_a sont des constantes, et si on suppose l'unification des masses des jauginos à M_{GUT} , il vient

$$\frac{M_1}{g_1^2} = \frac{M_2}{g_2^2} = \frac{M_3}{g_3^2} \quad (3.28)$$

à toute échelle, aux corrections à deux boucles près. Pour une évolution entre une échelle haute $M_{GUT} \sim 2 \times 10^{16}$ GeV et une échelle basse électrofaible Q_{EWSB} :

$$M_1|_{Q_{EWSB}} \simeq 0.42 M_1|_{GUT} ; M_2|_{Q_{EWSB}} \simeq 0.83 M_1|_{GUT} ; M_3|_{Q_{EWSB}} \simeq 2.6 M_3|_{GUT} \quad (3.29)$$

Le running des couplages trinéaires en posant $a_t = h_t A_t$, $a_b = h_b A_b$, $a_\tau = h_\tau A_\tau$ est donné par :

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} a_t = a_t \left[18|h_t|^2 + |h_b|^2 - \frac{16}{3}g_3^2 - 3g_2^2 - \frac{13}{15}g_1^2 \right] + 2a_b h_b^* h_t + h_t \left[\frac{32}{3}g_3^2 M_3 + 6g_2^2 M_2 + \frac{26}{15}g_1^2 M_1 \right]; \quad (3.30)$$

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} a_b = a_b \left[18|h_b|^2 + |h_t|^2 + |h_\tau|^2 - \frac{16}{3}g_3^2 - 3g_2^2 - \frac{7}{15}g_1^2 \right] + 2a_t h_t^* h_b + 2a_\tau h_\tau^* h_b + h_b \left[\frac{32}{3}g_3^2 M_3 + 6g_2^2 M_2 + \frac{14}{15}g_1^2 M_1 \right]; \quad (3.31)$$

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} a_\tau = a_\tau \left[12|h_\tau|^2 + 3|h_b|^2 - 3g_2^2 - \frac{9}{5}g_1^2 \right] + 6a_b h_b^* h_\tau + h_\tau \left[6g_2^2 M_2 + \frac{18}{5}g_1^2 M_1 \right]; \quad (3.32)$$

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} B = B \left[3|h_t|^2 + 3|h_b|^2 + |h_\tau|^2 - 3g_2^2 - \frac{3}{5}g_1^2 \right] + \mu \left[6a_t h_t^* + 6a_b h_b^* + 2a_\tau h_\tau^* + 6g_2^2 M_2 + \frac{6}{5}g_1^2 M_1 \right] \quad (3.33)$$

Considérons maintenant l'évolution des masses des scalaires. Les RGE pour les masses soft des squarks et des sleptons des 2 premières générations sont alors :

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} M_\phi^2 = - \sum_{a=1}^3 8g_a^2 C_a^\phi |M_a|^2 \quad (3.34)$$

où a est l'indice du groupe de jauge. Les C_a^ϕ sont les opérateurs de Casimir : $C_1^\phi = \frac{3}{5}(\frac{Y_\phi}{2})^2$ pour chaque scalaire ϕ d'hypercharge Y_ϕ ($Y_Q = \frac{1}{3}$, $Y_u = -\frac{4}{3}$, $Y_d = \frac{2}{3}$, etc.); $C_2^\phi = 3/4$ (0) pour $\phi = \tilde{Q}, \tilde{L}$ ($\tilde{U}^c, \tilde{D}^c, \tilde{E}^c$); et $C_3^\phi = 4/3$ (0) pour $\phi = \tilde{Q}, \tilde{U}^c, \tilde{D}^c$ (\tilde{L}, \tilde{E}^c). On peut remarquer que le terme de droite de l'eq. (3.34) est strictement positif, donc M_ϕ^2 augmente lors de l'évolution depuis une haute échelle vers une basse échelle. De plus, grâce aux contributions $SU(3)$, les masses soft des squark masses augmentent plus vite que celles des sleptons.

Les masses soft des squarks et sleptons de troisième génération ainsi que les champs de Higgs, suivent aussi (3.34) mais avec des contributions supplémentaires provenant des

couplages de Yukawa et trilineaires :

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} M_{\tilde{Q}_3}^2 = X_t + X_b - \frac{32}{3} g_3^2 |M_3|^2 - 6g_2^2 |M_2|^2 - \frac{2}{15} g_1^2 |M_1|^2, \quad (3.35)$$

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} M_{\tilde{U}_3}^2 = 2X_t - \frac{32}{3} g_3^2 |M_3|^2 - \frac{32}{15} g_1^2 |M_1|^2, \quad (3.36)$$

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} M_{\tilde{D}_3}^2 = 2X_b - \frac{32}{3} g_3^2 |M_3|^2 - \frac{8}{15} g_1^2 |M_1|^2, \quad (3.37)$$

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} M_{\tilde{L}_3}^2 = X_\tau - 6g_2^2 |M_2|^2 - \frac{3}{5} g_1^2 |M_1|^2, \quad (3.38)$$

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} M_{\tilde{E}_3}^2 = 2X_\tau - \frac{24}{5} g_1^2 |M_1|^2, \quad (3.39)$$

et

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} m_{H_1}^2 = 3X_b + X_\tau - 6g_2^2 |M_2|^2 - \frac{6}{5} g_1^2 |M_1|^2, \quad (3.40)$$

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} m_{H_2}^2 = 3X_t - 6g_2^2 |M_2|^2 - \frac{6}{5} g_1^2 |M_1|^2, \quad (3.41)$$

avec

$$X_t = 2|h_t|^2 (m_{H_2}^2 + M_{\tilde{Q}_3}^2 + M_{\tilde{U}_3}^2) + 2|A_t|^2, \quad (3.42)$$

$$X_b = 2|h_b|^2 (m_{H_1}^2 + M_{\tilde{Q}_3}^2 + M_{\tilde{D}_3}^2) + 2|A_b|^2, \quad (3.43)$$

$$X_\tau = 2|h_t|^2 (m_{H_1}^2 + M_{\tilde{L}_3}^2 + M_{\tilde{E}_3}^2) + 2|A_\tau|^2. \quad (3.44)$$

X_t , X_b , et X_τ sont toujours positifs, donc leur effet est de diminuer les masses scalaires lors du running vers l'échelle basse. Donc, partant de valeurs initiales du même ordre de grandeur, les masses soft de la troisième génération seront plus petites à basse échelle que celles des première et deuxième générations.

Pour $m_{H_1}^2$ et $m_{H_2}^2$, l'évolution est différente en raison de l'absence des contributions $SU(3)$ proportionnelles à $|M_3|^2$ et du fait des larges coefficients de X_t et X_b . Ainsi, même partant de valeurs positives, $m_{H_1}^2$ et $m_{H_2}^2$ seront différents après l'évolution RGE à l'échelle électrofaible pouvant conduire à la *brisure radiative de la symétrie électrofaible* [66] mais nous allons y revenir dans la section suivante.

On peut remarquer que les masses soft des jauginos interviennent dans l'évolution des masses soft scalaires et des couplages trilineaires. Aussi des valeurs non nulles des masses soft de jauginos suffisent à générer tous les autres paramètres soft. Par contre si les masses soft des jauginos sont nulles à M_{GUT} , elles ne seront générées que par des boucles d'ordre supérieur ou égal à deux et donc leurs valeurs seront faibles.

3.2.5 Brisure de la symétrie électrofaible

Le potentiel scalaire du MSSM avec deux doublets de Higgs $H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}$ et $H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} V_H = & (|\mu|^2 + m_{H_1}^2) |H_1|^2 + (|\mu|^2 + m_{H_2}^2) |H_2|^2 + (B\mu\epsilon_{ij} H_1^i H_2^j + \text{h.c.}) \\ & + \frac{g_1^2 + g_2^2}{8} (|H_1|^2 - |H_2|^2)^2 + \frac{1}{2} g_2^2 |H_1^+ H_2^{0*} + H_2^0 H_1^{-*}|^2. \end{aligned} \quad (3.45)$$

où les termes proportionnels à $|\mu|^2$ viennent des termes F, les termes proportionnels à $m_{H_1}^2$, $m_{H_2}^2$ et $B\mu$ viennent des termes soft et les termes proportionnels à g_1^2 et g_2^2 viennent des termes D.

Nous ne considérerons que la partie neutre de ce potentiel puisque le minimum recherché ne doit pas briser la charge, ce qui donne :

$$V_H = (|\mu|^2 + m_{H_1}^2) |H_1^0|^2 + (|\mu|^2 + m_{H_2}^2) |H_2^0|^2 + (B\mu H_1^0 H_2^0 + \text{h.c.}) + \frac{g_1^2 + g_2^2}{8} (|H_1^0|^2 - |H_2^0|^2)^2 \quad (3.46)$$

A noter que seul $B\mu$ peut être complexe, mais que toute phase de $B\mu$ peut être réabsorbée dans les phases de H_1 et H_2 , donc V_H conserve CP.

On alors deux conditions sur ce potentiel pour que les champs puissent développer une vev (cas b) figure 3.1) :

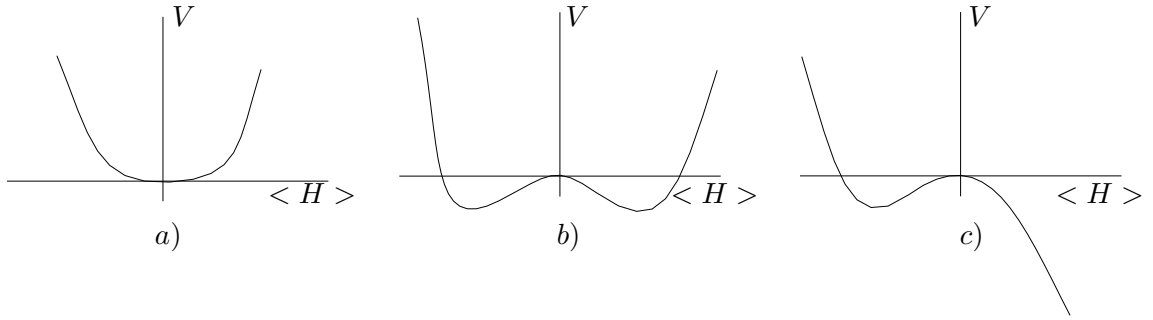


FIG. 3.1 – a) potentiel sans vev, b) bon potentiel et c) potentiel non borné inférieurement.

- le potentiel doit avoir un minimum non trivial (différent du cas a) figure 3.1):

$$(|\mu|^2 + m_{H_1}^2)(|\mu|^2 + m_{H_2}^2) < (B\mu)^2. \quad (3.47)$$

- doit être borné inférieurement (différent du cas c) figure 3.1):

$$(|\mu|^2 + m_{H_1}^2) + (|\mu|^2 + m_{H_2}^2) \geq 2B\mu. \quad (3.48)$$

Ces deux conditions ne peuvent être satisfaites simultanément que si $m_{H_1} \neq m_{H_2}$.

Au minimum de potentiel, $\partial V_H / \partial H_1^0 = \partial V_H / \partial H_2^0 = 0$, les vev vérifient alors

$$v^2 \equiv v_1^2 + v_2^2 = 2m_Z^2 / (g_1^2 + g_2^2) \approx (174 \text{ GeV})^2, \quad (3.49)$$

et le seul paramètre libre est le rapport des 2 vev défini par :

$$\tan \beta \equiv v_2 / v_1 \quad (3.50)$$

Les conditions de minimisation sont alors données par :

$$|\mu|^2 + m_{H_1}^2 = -B\mu \tan \beta - \frac{1}{2} m_Z^2 \cos 2\beta \quad (3.51)$$

$$|\mu|^2 + m_{H_2}^2 = -B\mu \cot \beta + \frac{1}{2} m_Z^2 \cos 2\beta. \quad (3.52)$$

Il faut remarquer à ce niveau que le potentiel que nous avons défini étant une fonction de paramètres évoluant avec les RGE, $V_H = V_H(Q)$. Si on a supposé une unification à grande échelle $m_{H_1}^2|_{GUT} = m_{H_2}^2|_{GUT}$ et que le running vers l'échelle électrofaible Q_{EWSB} conduit à $m_{H_1}^2|_{Q_{EWSB}} \neq m_{H_2}^2|_{Q_{EWSB}}$, la brisure de la symétrie électrofaible est dite réalisée

radiativement [66], c'est à dire uniquement par les corrections quantiques. C'est essentiellement l'effet de X_t dû à la grande masse du top (donc un fort couplage de Yukawa) dans l'équation 3.41 qui permet $m_{H_2}^2|_{Q_{EWSB}} < m_{H_1}^2|_{Q_{EWSB}}$ voire à $m_{H_2}^2|_{Q_{EWSB}}$ d'être négatif sauf quand $h_t \sim h_b$.

Cette description peut paraître satisfaisante, mais un regard plus approfondi révèle quelques problèmes. Nous nous proposons maintenant d'examiner la minimisation du potentiel et la brisure électrofaible d'un point de vue plus éduqué et plus technique.

Tout d'abord, la minimisation du potentiel doit mener à la "bonne" physique à l'échelle électrofaible. Les équations 3.51 et 3.52 peuvent se réécrire :

$$\frac{1}{2}m_Z^2 = \frac{m_{H_1}^2|_{Q_{EWSB}} - m_{H_2}^2|_{Q_{EWSB}} \tan^2 \beta|_{Q_{EWSB}}}{\tan^2 \beta|_{Q_{EWSB}} - 1} - \mu^2|_{Q_{EWSB}} \quad (3.53)$$

$$-B|_{Q_{EWSB}} \mu|_{Q_{EWSB}} = \frac{1}{2}(m_{H_1}^2|_{Q_{EWSB}} + m_{H_2}^2|_{Q_{EWSB}} + 2\mu^2|_{Q_{EWSB}}) \sin 2\beta|_{Q_{EWSB}} \quad (3.54)$$

où l'on a explicité la dépendance en l'échelle des paramètres.

Or m_Z est connue et la physique électrofaible après brisure également, donc il n'y a qu'une bonne minimisation c'est à dire qu'une seule bonne valeur de Q_{EWSB} .

Pour s'extraire de ce problème, il faut en fait considérer le potentiel effectif à une boucle V_{1loop} , qui lui à la différence du potentiel à l'arbre $V_0 \equiv V_H$, est indépendant d'échelle (aux corrections d'ordre 2 près) et dont la minimisation brise ou non la symétrie électrofaible sans dépendance d'échelle.

$$V_{1loop} = V_0(Q) + \Delta V_1(Q) \quad (3.55)$$

avec en approximation *leading log*

$$\Delta V_1(Q) = \frac{1}{64\pi^2} \sum_p (-1)^{2s_p} (2s_p + 1) m_p^4 \left(\ln \frac{m_p^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) \quad (3.56)$$

où s_p et m_p sont le spin et la masse des particules p intervenant dans les corrections.

Si on minimise le potentiel à une boucle V_{1loop} , la valeur de Q n'est alors pas critique. Mais techniquement, on utilise les relations 3.53 et 3.54 mais avec les paramètres running corrigés par les termes provenant de ΔV_1 dans l'approximation *leading log* de l'équation 3.56:

$$m_{H_i}^2 \longleftrightarrow \bar{m}_{H_i}^2 = m_{H_i}^2 + \frac{\partial \Delta V_1}{\partial v_i^2} \quad (3.57)$$

Ceci correspond à effectuer la minimisation perturbativement par un développement des vev autour de la valeur à l'arbre [67] :

$$v_i^p = v_i + \Delta v_i \quad (3.58)$$

où

$$\Delta v_i = - \left(\frac{\partial^2 V_0}{\partial v_i \partial v_j} \right)_{v_{tree}}^{-1} \frac{\partial \Delta V_1}{\partial v_j} \Big|_{v_{tree}} \quad (3.59)$$

Il subsiste alors une dépendance en l'échelle de la minimisation du potentiel. Mais, cette méthode donne le résultat juste (= sans approximation *leading log*) pour une valeur de Q_{EWSB} autour de $\sqrt{\bar{m}_{\tilde{t}_1} \bar{m}_{\tilde{t}_2}}$ [67] (où \tilde{t}_1 et \tilde{t}_2 sont les états propres de masses de la matrice de squarks de type top, voir 3.2.6). Q_{EWSB} est une moyenne des masses des champs dont la contribution à une boucle dépend le plus, de telle sorte à minimiser cette contribution. La minimisation purement à l'arbre peut elle aussi donner le bon résultat mais beaucoup plus ponctuellement (voire hasardeusement)[67].

Numériquement, l'échelle électrofaible Q_{EWSB} est donc définie comme étant de l'ordre de $\sqrt{\bar{m}_{\tilde{t}_1} \bar{m}_{\tilde{t}_2}}$.

Le lecteur trouvera une discussion complète de ces points dans les références [68][69][67]

3.2.6 Le spectre dans le MSSM

3.2.6.1 Les Neutralinos

Les jauginos électrofaibles neutres (\tilde{B} et \tilde{W}^3) et les higgsinos neutres (\tilde{H}_1^0 et \tilde{H}_2^0) ont les mêmes nombres quantiques. Aussi, ils se mélangent et génèrent quatre états propres de masse appelés neutralinos $\chi_1^0, \chi_2^0, \chi_3^0, \chi_4^0$. La matrice de masse des neutralinos dans la base $(\tilde{B}, \tilde{W}^3, \tilde{H}_1^0, \tilde{H}_2^0)$ est :

$$\mathcal{M}_N = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -m_Z \cos \beta \sin \theta_W & m_Z \sin \beta \sin \theta_W \\ 0 & M_2 & m_Z \cos \beta \cos \theta_W & -m_Z \sin \beta \cos \theta_W \\ -m_Z \cos \beta \sin \theta_W & m_Z \cos \beta \cos \theta_W & 0 & -\mu \\ m_Z \sin \beta \sin \theta_W & -m_Z \sin \beta \cos \theta_W & -\mu & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.60)$$

Valeurs propres et matrice de mélanges :

Cette matrice est symétrique et peut être diagonalisée par une seule matrice unitaire :

$$diag(M_{\chi_1^0}, M_{\chi_2^0}, M_{\chi_3^0}, M_{\chi_4^0}) = z \mathcal{M}_N z^{-1} \quad (3.61)$$

où z est réelle et $M_{\chi_1^0}, M_{\chi_2^0}, M_{\chi_3^0}, M_{\chi_4^0}$ peuvent avoir des valeurs négatives. Cette diagonalisation est donnée par les expressions analytiques suivantes [70] :

$$\epsilon_1 M_{\chi_1^0} = -\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{6}C_2\right)^{1/2} + \left[-\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}C_2 + \frac{C_3}{(8a - \frac{8}{3}C_2)^{1/2}}\right]^{1/2} + \frac{1}{4}(M_1 + M_2), \quad (3.62)$$

$$\epsilon_2 M_{\chi_2^0} = +\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{6}C_2\right)^{1/2} - \left[-\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}C_2 - \frac{C_3}{(8a - \frac{8}{3}C_2)^{1/2}}\right]^{1/2} + \frac{1}{4}(M_1 + M_2), \quad (3.63)$$

$$\epsilon_3 M_{\chi_3^0} = -\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{6}C_2\right)^{1/2} - \left[-\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}C_2 + \frac{C_3}{(8a - \frac{8}{3}C_2)^{1/2}}\right]^{1/2} + \frac{1}{4}(M_1 + M_2), \quad (3.64)$$

$$\epsilon_4 M_{\chi_4^0} = +\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{6}C_2\right)^{1/2} + \left[-\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}C_2 - \frac{C_3}{(8a - \frac{8}{3}C_2)^{1/2}}\right]^{1/2} + \frac{1}{4}(M_1 + M_2), \quad (3.65)$$

où ϵ_i est le signe de la i ème valeur propre de la matrice de masse des neutralinos, et

$$C_2 = (M_1 M_2 - M_Z^2 - \mu^2) - \frac{3}{8}(M_1 + M_2)^2, \quad (3.66)$$

$$C_3 = -\frac{1}{8}(M_1 + M_2)^3 + \frac{1}{2}(M_1 + M_2)(M_1 M_2 - M_Z^2 - \mu^2) + (M_1 + M_2)\mu^2 \\ + (M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W)M_Z^2 - \mu M_Z^2 \sin 2\beta, \quad (3.67)$$

$$C_4 = (M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W)M_Z^2 \mu \sin 2\beta - M_1 M_2 \mu^2 \\ + \frac{1}{4}(M_1 + M_2)[(M_1 + M_2)\mu^2 + (M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W)M_Z^2 - \mu M_Z^2 \sin 2\beta] \\ + \frac{1}{16}(M_1 M_2 - M_Z^2 - \mu^2)(M_1 + M_2)^2 - \frac{3}{256}(M_1 + M_2)^4, \quad (3.68)$$

$$a = \frac{1}{2^{1/3}} \operatorname{Re} \left[-S + i(D/27)^{1/2} \right]^{1/3}, \quad (3.69)$$

$$D = -4U^3 - 27S^2, \quad U = -\frac{1}{3}C_2^2 - 4C_4, \quad S = -C_3^2 - \frac{2}{27}C_2^3 + \frac{8}{3}C_2 C_4. \quad (3.70)$$

Les masses données dans les expressions ci-dessus ne sont généralement pas dans l'ordre $M_{\chi_1^0} < M_{\chi_2^0} < M_{\chi_3^0} < M_{\chi_4^0}$, mais les états propres peuvent être relabellées.

La matrice de mélange z , définie par $\mathcal{M}_{\text{diag}} = z\mathcal{M}_N z^{-1}$, est donnée par les expressions analytiques suivantes [70, 69] :

$$\frac{z_{i2}}{z_{i1}} = -\frac{1}{\tan \theta_W} \frac{M_1 - \epsilon_i M_{\chi_i^0}}{M_2 - \epsilon_i M_{\chi_i^0}}, \quad (3.71)$$

$$\frac{z_{i3}}{z_{i1}} = \frac{\mu[M_2 - \epsilon_i M_{\chi_i^0}][M_1 - \epsilon_i M_{\chi_i^0}] - M_Z^2 \sin \beta \cos \beta [(M_1 - M_2) \cos^2 \theta_W + M_2 - \epsilon_i M_{\chi_i^0}]}{M_Z[M_2 - \epsilon_i M_{\chi_i^0}] \sin \theta_W [\mu \cos \beta + \epsilon_i M_{\chi_i^0} \sin \beta]}, \quad (3.72)$$

$$\frac{z_{i4}}{z_{i1}} = \frac{-\epsilon_i M_{\chi_i^0}[M_2 - \epsilon_i M_{\chi_i^0}][M_1 - \epsilon_i M_{\chi_i^0}] - M_Z^2 \cos^2 \beta [(M_1 - M_2) \cos^2 \theta_W + M_2 - \epsilon_i M_{\chi_i^0}]}{M_Z[M_2 - \epsilon_i M_{\chi_i^0}] \sin \theta_W [\mu \cos \beta + \epsilon_i M_{\chi_i^0} \sin \beta]}, \quad (3.73)$$

et

$$z_{i1} = \left[1 + \left(\frac{z_{i2}}{z_{i1}} \right)^2 + \left(\frac{z_{i3}}{z_{i1}} \right)^2 + \left(\frac{z_{i4}}{z_{i1}} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (3.74)$$

Dans beaucoup de modèles SUSY le neutralino le plus léger (χ_1^0) est la particule supersymétrique la plus légère et, si on a en plus conservation de la R-parité⁴, c'est un bon candidat à la matière noire froide. On notera dans toute la suite :

$$\chi_1^0 \equiv \chi$$

et on l'appellera *le neutralino*.

De même on désignera une population de plusieurs neutralinos $\chi_1^0 \equiv \chi$ par *les/des neutralinos*.

Le neutralino χ est un mélange de jauginos et de higgsinos,

$$\chi = z_{11}\tilde{B} + z_{12}\tilde{W}^3 + z_{13}\tilde{H}_1^0 + z_{14}\tilde{H}_2^0. \quad (3.75)$$

4. $R = (-1)^{3B+L+2S}$, B est le nombre baryonique, L est le nombre leptonique, s le spin

On définit alors sa fraction de jaugino comme

$$f_G = z_{11}^2 + z_{12}^2 \quad (3.76)$$

et sa fraction de higgsino comme

$$f_H = z_{13}^2 + z_{14}^2. \quad (3.77)$$

D'après l'équation 3.60 on voit que si M_1, M_2 et $\mu \gg m_Z$:

- si $M_1 \ll M_2, \mu$ le neutralino est pur bino
- si $M_2 \ll M_1, \mu$ le neutralino est pur wino
- si $\mu \ll M_1, M_2$ le neutralino est pur higgsino

La phénoménologie du neutralino va fortement dépendre de sa composition par l'intermédiaire des couplages. On peut remarquer que partant de valeurs à M_{GUT} semblables pour M_1 et M_2 , l'évolution par les RGE conduit naturellement $M_1 < M_2 < \mu$ soit une fraction de higgsino réduite.

3.2.6.2 Les Charginos

De même que pour les neutralinos, on a aussi un mélange entre les jauginos chargés et les higgsinos chargés. Dans la base des états propres de jauge $\psi^\pm = (\tilde{W}^+, \tilde{H}_2^+, \tilde{W}^-, \tilde{H}_1^-)$

$$\mathcal{L} \supset -\frac{1}{2}(\psi^\pm)^T M_{\tilde{\chi}^\pm} \psi^\pm + c.c \quad (3.78)$$

où,

$$M_{\tilde{\chi}^\pm} = \begin{pmatrix} 0 & X^T \\ X & 0 \end{pmatrix} ; X = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2} \sin \beta m_W \\ \sqrt{2} \cos \beta m_W & \mu \end{pmatrix} \quad (3.79)$$

Les états propres de masse s'obtiennent alors par deux matrices unitaires 2×2 U et V

$$\begin{pmatrix} \tilde{\chi}_1^+ \\ \tilde{\chi}_1^- \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} \tilde{W}^+ \\ \tilde{H}_2^+ \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} \tilde{\chi}_1^- \\ \tilde{\chi}_1^+ \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \tilde{W}^- \\ \tilde{H}_2^- \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

telles que

$$U^* X V^{-1} = \begin{pmatrix} M_{\tilde{\chi}_1^+} & 0 \\ 0 & M_{\tilde{\chi}_2^+} \end{pmatrix} \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned} M_{\tilde{\chi}_{1,2}^+}^2 &= \frac{1}{2} \left[M_2^2 + \mu^2 + 2 m_W^2 \right. \\ &\quad \left. \mp \sqrt{(M_2^2 - \mu^2)^2 + 4 m_W^2 \cos^2 2\beta + 4 m_W^2 (M_2^2 + \mu^2 + 2 M_2 \cdot \mu \sin 2\beta)} \right]. \end{aligned} \quad (3.82)$$

et $M_{\tilde{\chi}_1^+}^2 = M_{\tilde{\chi}_1^-}^2$; $M_{\tilde{\chi}_2^+}^2 = M_{\tilde{\chi}_2^-}^2$.

Comme pour les neutralinos, mais en fonction de la hiérarchie entre M_2, μ et m_W dans l'équation 3.79, les charginos seront plus ou moins de type wino ou higgsino et auront les couplages correspondants.

3.2.6.3 Les Sfermions

Dans le cas le plus général, les masses des sfermions (squarks et sleptons) sont obtenues à partir de 2 matrices 6×6 , une pour les downs et une pour les ups. Mais les contraintes sur les contributions de boucle SUSY aux courants neutres avec changement de saveurs (FCNC) nous font supposer qu'il n'y a pas de fort mélanges entre générations. Aussi chacune des 2 matrices se décomposent en 3 matrices 2×2 dans la base $(\tilde{f}_L, \tilde{f}_R)$:

$$\mathcal{M}_{\tilde{f}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{f}_L}^2 & a_f m_f \\ a_f m_f & m_{\tilde{f}_R}^2 \end{pmatrix} = (\mathcal{R}^{\tilde{f}})^\dagger \begin{pmatrix} m_{\tilde{f}_1}^2 & 0 \\ 0 & m_{\tilde{f}_2}^2 \end{pmatrix} \mathcal{R}^{\tilde{f}} \quad (3.83)$$

avec

$$m_{\tilde{f}_L}^2 = M_L^2 + m_Z^2 \cos 2\beta (I_{3L}^f - e_q \sin^2 \theta_W) + m_f^2, \quad (3.84)$$

$$m_{\tilde{f}_R}^2 = M_{\{\tilde{U}, \tilde{D}\}}^2 + e_f m_Z^2 \cos 2\beta \sin^2 \theta_W + m_f^2, \quad (3.85)$$

$$a_f = A_f - \mu \{\cot \beta, \tan \beta\} \quad (3.86)$$

pour les quarks de type {up, down} respectivement. e_f et I_3^f sont la charge électrique et la troisième composante d'isospin du sfermion \tilde{f} , and m_f est la charge du fermion correspondant. M_L , $M_{\tilde{U}}$ et $M_{\tilde{D}}$ sont les masses soft SUSY et A_f sont les couplage trilineaires comme dans l'équation (3.20). Nous avons une matrice par type de sfermion (squarks up, squarks down, sleptons down) et par famille. Le cas des (s)neutrinos étant un peu à part, comme nous le verrons au chapitre 4, en l'absence de neutrino droit N_R (donc de $\tilde{\nu}_R$) les neutrinos n'ont pas de masse et la matrice de masse des sneutrinos est alors :

$$m_{\tilde{\nu}_L} = M_L^2 + \frac{1}{2} m_Z^2 \cos 2\beta \quad (3.87)$$

Dans la matrice 3.83, les termes non diagonaux sont proportionnels à la masse du fermion correspondant, aussi pour les deux premières générations nous pouvons considérer que \tilde{f}_L et \tilde{f}_R sont les états propres de masses. De plus, pour les deux premières générations, on suppose aussi que

$$m_{\tilde{u}_L} = m_{\tilde{c}_L} ; m_{\tilde{u}_R} = m_{\tilde{c}_R} ; m_{\tilde{e}_L} = m_{\tilde{\mu}_L} ; m_{\tilde{e}_R} = m_{\tilde{\mu}_R} \quad (3.88)$$

Pour la troisième génération en revanche on s'attend à ce que les stops soient mélangés en raison du fort couplage de Yukawa du top (grande masse du top), et que les sbottoms et staus le soient aussi pour des grandes valeurs de $\tan \beta$.

Par ailleurs, partant d'une valeur semblable de masses soft à haute énergie, à cause des couplages $SU(2)_L$, les RGE impliquent après running que les masses soft left sont plus grande que les right : $M_L^2 > M_{\{\tilde{U}, \tilde{D}\}}^2$. Les couplages de Yukawa dans X_t , X_b , X_τ impliquent aussi que les masses soft de troisième génération seront plus basses que pour les 2 premières familles, aussi on s'attend à ce que génériquement, les sfermions de la troisième famille soient plus légers et plus mélangés.

Valeurs propres et angles de mélanges :

D'après (3.83), $\mathcal{M}_{\tilde{f}}^2$ est diagonalisable par une transformation unitaire $\mathcal{R}^{\tilde{f}}$ réelle si on suppose qu'il n'y pas de violation de CP autre que CKM. Les états propres de masse \tilde{f}_1 and \tilde{f}_2 s'expriment alors en fonction des états propres de jauge \tilde{f}_L et \tilde{f}_R par :

$$\begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} = \mathcal{R}^{\tilde{f}} \begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix}, \quad \mathcal{R}^{\tilde{f}} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{\tilde{f}} & \sin \theta_{\tilde{f}} \\ -\sin \theta_{\tilde{f}} & \cos \theta_{\tilde{f}} \end{pmatrix}, \quad (3.89)$$

avec $\theta_{\tilde{f}}$ l'angle de mélange des sfermions f . Les valeurs propres de masses sont alors :

$$m_{\tilde{f}_{1,2}}^2 = \frac{1}{2} \left(m_{\tilde{f}_L}^2 + m_{\tilde{f}_R}^2 \mp \sqrt{(m_{\tilde{f}_L}^2 - m_{\tilde{f}_R}^2)^2 + 4a_f^2 m_f^2} \right). \quad (3.90)$$

Par convention on note \tilde{f}_1 l'état propre de masse le plus léger, et on a $m_{\tilde{f}_1} \leq m_{\tilde{f}_{L,R}} \leq m_{\tilde{f}_2}$. Pour les angles de mélanges $\theta_{\tilde{f}}$, si on impose $0 \leq \theta_{\tilde{f}} < \pi$, on a alors :

$$\cos \theta_{\tilde{f}} = \frac{-a_f m_f}{\sqrt{(m_{\tilde{f}_L}^2 - m_{\tilde{f}_1}^2)^2 + a_f^2 m_f^2}}, \quad \sin \theta_{\tilde{f}} = \frac{m_{\tilde{f}_L}^2 - m_{\tilde{f}_1}^2}{\sqrt{(m_{\tilde{f}_L}^2 - m_{\tilde{f}_1}^2)^2 + a_f^2 m_f^2}}. \quad (3.91)$$

On voit que $|\cos \theta_{\tilde{f}}| > \frac{1}{\sqrt{2}}$ si $m_{\tilde{f}_L} < m_{\tilde{f}_R}$ et $|\cos \theta_{\tilde{f}}| < \frac{1}{\sqrt{2}}$ si $m_{\tilde{f}_R} < m_{\tilde{f}_L}$ soit $\theta_{\tilde{f}} = \frac{\pi}{4}$ si $m_{\tilde{f}_R} = m_{\tilde{f}_L}$.

Les contraintes expérimentales du rapport de branchement ($b \rightarrow s\gamma$) contraignent les contribution SUSY et donc les différences de masses entre les stops et les sbottoms, mais moins fortement que les mélanges $K^0 - \bar{K}^0$ et $D^0 - \bar{D}^0$ mentionnés précédemment.

3.2.6.4 Les bosons de Higgs

Sur les huit degrés de liberté des deux doublets scalaires de Higgs complexes $H_1 = (H_1^0, H_1^-)$ et $H_2 = (H_2^+, H_2^0)$, trois seront absorbés par les modes longitudinaux des bosons Z et W . Il reste alors cinq degrés de liberté physiques : 2 bosons de Higgs neutre h (léger) et H (lourd), 1 pseudo-scalaire A et 2 bosons chargés H^\pm . Les masses sont obtenues en diagonalisant les matrices

$$M_{ij}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 V_H}{\partial H_i \partial H_j} \right)_{\langle H_1^0 \rangle = v_1, \langle H_2^0 \rangle = v_2, \langle H_{1,2}^\pm \rangle = 0} \quad (3.92)$$

par deux rotations d'angle α et β .

On obtient alors

$$\begin{pmatrix} G^0 \\ A \end{pmatrix} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \sin \beta & \cos \beta \\ -\cos \beta & \sin \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Im}(H_2^0) \\ \text{Im}(H_1^0) \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \beta & \cos \beta \\ -\cos \beta & \sin \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_1^{-*} \end{pmatrix} \quad (3.93)$$

avec G^0 et G^+ les bosons de Nambu-Goldstone, et

$$\begin{pmatrix} h \\ H \end{pmatrix} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Re}(H_2^0) - v_2 \\ \text{Re}(H_1^0) - v_1 \end{pmatrix} \quad (3.94)$$

On obtient alors à l'arbre les relations suivantes

$$m_A^2 = 2B\mu / \sin 2\beta; \quad m_{H^\pm}^2 = m_A^2 + m_W^2; \quad \tan 2\alpha = \tan 2\beta \frac{M_A^2 + M_Z^2}{M_A^2 - M_Z^2}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq 0 \quad (3.95)$$

$$m_{h,H}^2 = \frac{1}{2} \left(m_A^2 + m_Z^2 \mp \sqrt{(m_A^2 + m_Z^2)^2 - 4m_A^2 m_Z^2 \cos 2\beta} \right), \quad (3.96)$$

qui impliquent

$$m_h \leq \min(m_A, m_Z) \cdot |\cos 2\beta| \quad (3.97)$$

soit dans la limite de découplage $M_A \gg M_Z$: $m_h < m_Z$!! Le Higgs le plus léger aurait dû être découvert à LEP2.

Mais, si on définit les couplages de Yukawa par

$$h_t = \frac{g_2 m_t}{\sqrt{2} m_W \sin \beta}; \quad y_b = \frac{g_2 m_b}{\sqrt{2} m_W \cos \beta}; \quad h_t = \frac{g_2 m_\tau}{\sqrt{2} m_W \cos \beta} \quad (3.98)$$

on voit que les corrections radiatives à m_h vont être importantes notamment pour la contribution top stop qui en première approximation à une boucle s'écrit

$$\delta m_h \sim \sum_{i=1,2} g_2^2 \frac{m_t^4}{m_W^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_i}}{m_t^2} \quad (3.99)$$

et nous préserve de la relation 3.97 (avec $m_h < 130 - 140$ GeV).

Pour finir cette partie sur le spectre du MSSM, il faut signaler que toutes les matrices explicitées et discutées dans cette partie étaient à l'ordre de l'arbre. Pour un calcul plus réaliste, il faut bien sûr y inclure les corrections radiatives [71, 72, 73, 74]. En particulier dans un modèle avec RGE, tous les éléments des matrices de masses varient avec l'échelle d'évolution Q et sont "gelés" en fin de running soit à Q_{EWSB} où l'on minimise le potentiel pour les termes soft et à m_t pour les couplages de jauge et de Yukawa. Or les masses physiques ne dépendent pas de cette échelle et c'est le fait de tenir compte des corrections radiatives qui donne plus de robustesse au spectre calculé. Tous les calculs se rapportant au MSSM (RGE, brisure électrofaible, spectre SUSY) ont été effectués avec le programme SUSPECT que nous allons décrire dans la section suivante.

Enfin pour compléter notre description du MSSM le lecteur trouvera les règles de Feynman dont nous nous servirons pour la phénoménologie du neutralino dans [75] par exemple.

3.2.7 Calculs relatifs à la SUSY : Le programme Suspect

Le programme SUSPECT [76, 77] est un code fortran développé au LPMT à Montpellier dans le cadre du GDR supersymétrie. Il nous a servi à effectuer tous les calculs relatifs au MSSM décrits précédemment avec les caractéristiques suivantes:

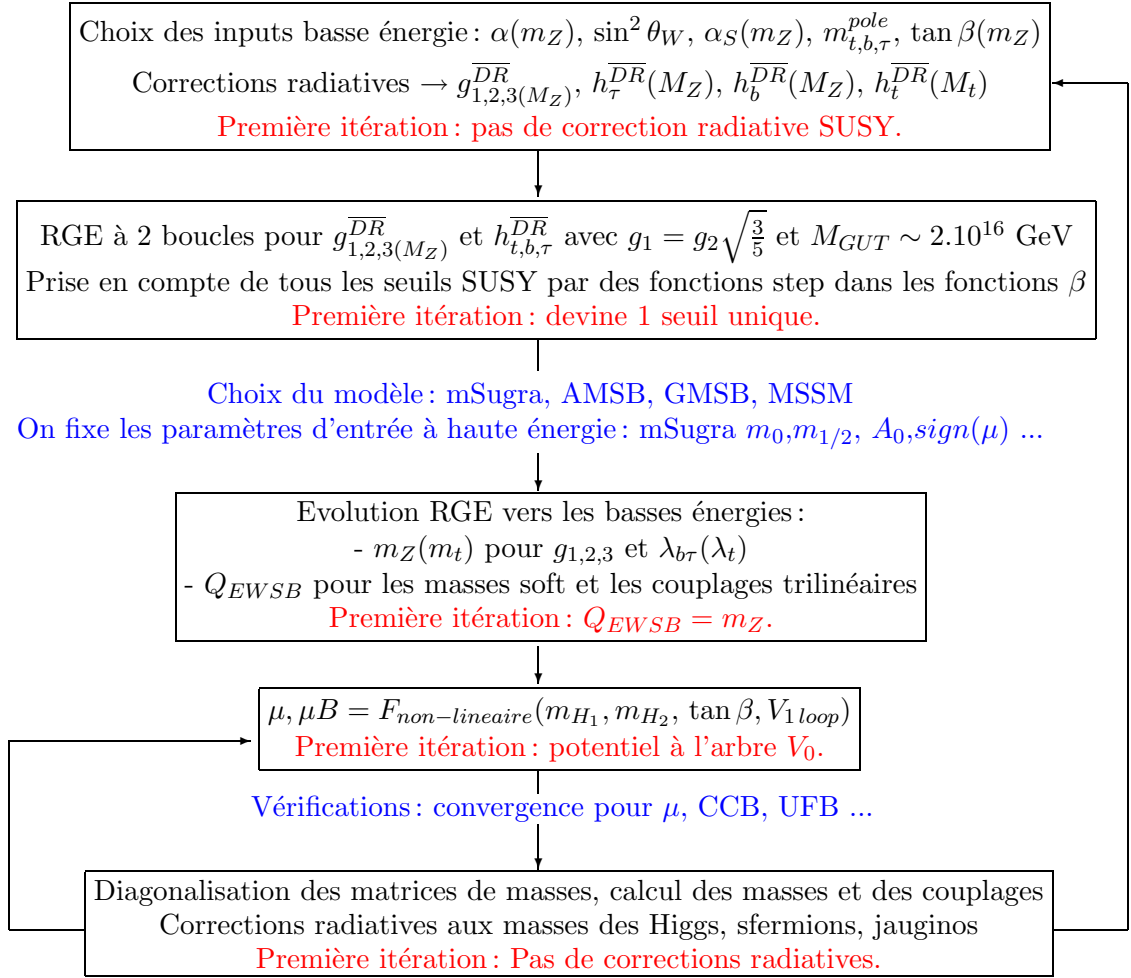
- Les équations du groupe de renormalisation sont calculées à 2 boucles pour les couplages de jauge et de Yukawa et à 1 boucle pour les paramètres soft.
- Pour tenir compte des seuils des particules, des fonctions de Heavyside (steps) sont appliquées dans le running.
- La minimisation du potentiel effectif à une boucle et la brisure électrofaible est réalisée par la méthode des tadpoles [69].
- Le calcul des corrections radiatives SUSY est fait selon les calculs PBMZ [71], celui des corrections radiatives pour le secteur du Higgs d'après SUBH [73] et bientôt BDSZ [74] et les corrections radiatives principales ou dominantes concernant les processus standard sont prises en compte.

Les inputs sont les paramètres du modèle standard ($\alpha(m_Z)$, $\sin^2 \theta_W$, $\alpha_S(m_Z)$, $m_{t,b,\tau}^{pole}$, $\tan \beta(m_Z)$) et les masses soft SUSY avec des relations libres choisies par l'utilisateur, ainsi tous les modèles prédéfinis (mSugra, AMSB ...) ou non (MSSM) sont calculables. Nous reviendrons plus loin sur la description des différents modèles pertinents pour notre étude.

L'algorithme (cf figure 3.2) suit alors le schéma de tous les programmes de ce type [78] comme SOFTSUSY [79], ISASUSY [80] ou SPHENO :

On a deux boucles convergentes :

- une pour la minimisation du potentiel et la détermination du paramètre μ ($\mu_i - \mu_{i-1} < \epsilon$),
- une sur la partie RGE et corrections radiatives afin d'avoir une convergence dans le calcul du spectre (3-4 itérations et plus pour $\tan \beta \geq 40$).

FIG. 3.2 – *Algorithme de Suspect* [78]

Sur le calcul d'un modèle s'appliquent les contraintes théoriques suivantes :

- pas d'états tachyoniques provenant du running, de la brisure électrofaible ou des mélanges,
- vérification des caractéristiques du potentiel (pas de pôles de Landau pendant le running et borné inférieurement à la minimisation), brisure électrofaible satisfaisante, pas de brisure de charge ou de couleur (CCB minima).

Si ces conditions ne sont pas satisfaites, l'algorithme ne converge pas.

L'échelle de minimisation du potentiel par défaut est $Q_{EWSB} = \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$ mais l'utilisateur peut changer cette valeur (voir section 3.5.5).

L'accord entre les codes SUSPECT, SOFTSUY et SPHENO est très bon ; ISASUSY (version ≤ 7.63) s'améliore mais reste un peu pathologique essentiellement dans la valeur du couplage de Yukawa du top et la valeur de μ (minimisation d'un potentiel incomplet) [78, 81].

De plus (ce n'est pas dans le programme) nous appliquons aussi sur les modèles les contraintes expérimentales suivantes :

- exclusions accélérateurs sur les masses SUSY [82]:
 $m_{\chi_1^+} > 104$ GeV; $m_{\tilde{f}} > 100$ GeV pour $\tilde{f} = \tilde{t}_1, \tilde{b}_1, \tilde{l}^\pm, \tilde{\nu}, m_{\tilde{g}} > 300$ GeV; $m_{\tilde{q}_{1,2}} > 260$

GeV pour $\tilde{q} = \tilde{u}, \tilde{d}, \tilde{s}, \tilde{c}$,

- exclusion accélérateurs sur le Higgs [83] : nous demandons $m_h > 112$ GeV au lieu de $m_h > 114$ GeV (dépend de $\tan(\beta - \alpha)$) en raison de la valeur un peu basse du Higgs léger dans Suspect 2.005 (~ 3 GeV) signalée dans [81],
- limites sur le rapport de branchement $b \rightarrow s\gamma$: nous demandons $BR(b \rightarrow s + \gamma) = 1 \rightarrow 4 \times 10^{-4}$ comme calculé dans Darksusy ce qui correspond à $BR(b \rightarrow s + \gamma) = 2.3 \rightarrow 5.3 \times 10^{-4}$ (la valeur du MS calculée dans Darksusy donne 2.4×10^{-4} au lieu des 3.6×10^{-4} du NLO [84]) quand les résultats expérimentaux sont [85] $BR(b \rightarrow s + \gamma) = 3.37 \pm 0.37 \pm 0.34 \pm 0.24 \pm 0.38 \times 10^{-4}$.
- limites sur la contribution SUSY au moment anormal du muon $(g - 2)_\mu$ [86] : $-6 \times 10^{-10} < a_\mu^{SUSY} < 58 \times 10^{-10}$.

Enfin nous demandons évidemment que la LSP de notre modèle soit le neutralino χ .

3.2.8 La brisure de supersymétrie

En raison des faits expérimentaux, nous avons introduit à la main des termes de brisure de la supersymétrie dans notre MSSM par \mathcal{L}_{soft} (équation 3.20). Le MSSM serait en fait un modèle effectif d'une théorie plus complète dans laquelle la supersymétrie serait brisée spontanément. L'étude des mécanismes de brisure de supersymétrie est au delà du cadre de cette thèse, nous nous contenterons de décrire les différentes possibilités.

La supersymétrie est donc supposée brisée spontanément dans une secteur caché (du point de vue du MSSM). A une certaine échelle d'énergie, certains superchamps (messagers) acquièrent une vev non nulle $\langle F \rangle$ dans une direction brisant SUSY. On parle de mécanismes de Fayet-Iliopoulos lorsque cette brisure provient de terme D et de mécanisme de O'Raiheartaigh si un terme F est responsable de cette brisure. Le paramètre d'ordre de la brisure de SUSY est la masse du gravitino $m_{3/2}$. Plusieurs scénarii sont possibles :

Les modèles GMSB (gauge mediated supersymmetry breaking) :

Les superchamps messagers ont toutes les interactions du MSSM. Les termes de brisure (\supset équation 3.20) proviennent de boucle de ces superchamps et typiquement

$$m_{soft} \sim \frac{\alpha_a \langle F \rangle}{4\pi M_{mess}} \quad (3.100)$$

où $\alpha_a/4\pi$ est le facteur de boucle impliquant les interactions de jauge. Les différentes saveurs sont traitées de façon identiques par les messagers, il n'y a donc pas de FCNC. Typiquement dans ces modèles, l'échelle de brisure de SUSY peut être de l'ordre de $10^4 - 10^5$ GeV. Ces modèles souffrent de d'ajustement fin entre μ et $B\mu$ et le gravitino est la LSP : $m_{3/2} \sim \mathcal{O}(kev)$. Ces modèles ne constituent donc pas un cadre intéressant pour notre étude.

Les modèles mSugra (gravity mediated supersymmetry breaking) [87] :

La supergravité est la théorie de jauge de l'algèbre de Super-Poincaré, la supersymétrie est locale $\partial_\mu Q_\alpha \neq 0$ et la gravité y est donc naturellement incluse. On appelle supergravité minimale la version $N = 1$, $D = 4$ de cette théorie (N est le nombre de supersymétrie et D est la dimension d'espace-temps). Si la supersymétrie est brisée par la vev $\langle F \rangle$ d'un superchamps de cette théorie alors

$$m_{soft} \propto m_{3/2} \sim \frac{\langle F \rangle}{M_{Pl}} \quad (3.101)$$

Si on suppose à haute énergie une valeur universelle des masses scalaires m_0 , des masses des jauginos $m_{1/2}$ et des couplages trilineaires A_0 , on a dans le secteur visible un modèle avec pour jeu de paramètres d'entrée à haute énergie

$$m_0, m_{1/2}, A_0, B_0, \mu_0 \quad (3.102)$$

Avec l'évolution RGE de chacun des paramètres et en demandant la brisure radiative électrofaible on a alors ce qu'on appelle un modèle mSugra ou CMSSM (*Constrained Minimal Supersymmetric Standard Model*) [88, 89, 90] dont les paramètres d'entrée sont

$$m_0, m_{1/2}, A_0, \text{sgn}(\mu), \tan \beta \quad (3.103)$$

B et $|\mu|$ étant fixé par les équations 3.53 et 3.54.

Les modèles AMSB (anomaly mediated supersymmetry breaking) :

Ce scénario est issu des théories avec dimensions supplémentaires et théories de cordes. On considère deux 3-branes une pour le secteur caché et une pour le secteur visible avec seulement la gravitation pouvant se propager dans le bulk (espace entre les branes). La brisure de supersymétrie provient alors des anomalies à une boucle sur les champs du bulk. Les termes soft du secteur visible dépendent ensuite du modèle de cordes considéré [91]. Dans la version couramment utilisée [92], on a pour les masses des jauginos à basse énergie la relation $|M_1| : |M_2| : |M_3| \simeq 2.8 : 1 : 7.1$ qui fait du neutralino un pur wino. Aussi la densité relique sera typiquement très faible en raison des processus dominants reliés à la partie wino du neutralino (voir [93] et section 3.6.3). De plus ces modèles souffrent de sleptons tachyoniques si on n'ajoute pas une masse soft scalaire à la main [92].

Les modèles inoMSB (gaugino mediated supersymmetry breaking) :

Ici encore le modèle comporte deux membranes mais les champs de jauge et de Higgs aussi se propagent dans le bulk. La brisure de supersymétrie peut alors être transmise en plus de l'anomalie du cas précédent par des boucles intermembranes de jaugino ou de higgsino. Cette fois, les modèles ne souffrent pas de pathologies phénoménologiques mais semblent difficiles à dériver depuis un modèle de cordes.

Même si les deux dernières classes de modèles dépendent bien de la gravité nous les avons traitées à part car elles ne sont pas issues de supergravité minimale.

Ainsi nous nous consacrerons à l'étude des modèles qui constituent un cadre intéressants de projection pour la détection de neutralinos en tant que candidat de matière noire froide : les modèles mSugra/CMSSM universels puis nous relâcherons certaines hypothèses d'universalités dans des directions motivées par la phénoménologie que nous justifieront dans un cadre théorique. L'étude traitera donc des modèles avec RGE depuis $M_{GUT} \sim 2 \times 10^{16}$ GeV et avec certaines relations entre les paramètres à haute énergie.

3.3 Détection de CDM neutralinos

Nous l'avons vu, lors de l'expansion de l'univers après le Big-Bang, certaines espèces de particules peuvent se découpler du bain thermique et garder une densité relique par covolume constante. Si cela est le cas pour les neutralinos, ce bain fossile peut constituer tout ou partie de la matière noire froide ($\Omega_{CDM} \sim 0.3$) et être découvert par les expériences. Les neutralinos reliques vont pouvoir alors entrer en collision avec le noyau d'un détecteur [94], on parle de détection directe régie par la section efficace de collision

élastique neutralino-proton : $\sigma_{\chi-p}$. Ils peuvent aussi être capturés gravitationnellement dans un objet astrophysique massif (planète, étoile ...) par une succession de collisions élastiques avec les noyaux du corps astrophysique considéré et ainsi s'accumuler en son centre. Etant des particules de Majorana, ils vont alors s'annihiler (essentiellement en bosons de jauge ou en quarks lourds) et la désintégration de leurs produits d'annihilation conduit à des flux de neutrinos qu'un télescope à neutrinos comme Antares se propose de détecter : il s'agit de détection indirecte. Cette détection est gouvernée par le processus de capture et donc la section efficace de diffusion élastique neutralino-proton : $\sigma_{\chi-p}$ et par la section efficace d'annihilation des neutralinos : $\sigma_{\chi-\chi}^A$. Nous allons développer en détail tous ces processus dans la suite

3.3.1 Le neutralino candidat de matière noire froide

Nous nous proposons dans un premier temps de justifier qualitativement le neutralino (ou tout autre *Weakly Interacting Massive Particle : WIMP*) en tant que candidat de matière noire froide ainsi que sa potentielle détection et de fixer les ordres de grandeur des quantités pertinentes pour cette étude. Tout d'abord, estimons par simple analyse dimensionnelle la section efficace d'annihilation des neutralinos et leur densité relique

$$\sigma_{\chi-\chi}^A \sim \frac{\alpha^2}{m_\chi^2} \quad (3.104)$$

$$\Omega_\chi h^2 = \frac{m_\chi n_\chi}{\rho_c} \simeq \frac{3 \times 10^{-27} \text{ cm}^3/\text{s}}{\langle \sigma v \rangle} \sim \frac{3 \times 10^{-27} \text{ cm}^3/\text{s} m_\chi^2}{\alpha^2} \quad (3.105)$$

où α est la constante de structure fine. Un neutralino de masse $m_\chi \sim 100 \text{ GeV} - 1 \text{ TeV}$ aura donc une densité typique $\Omega_\chi \sim 0.01 - 1$ de l'ordre de Ω_{CDM} .

On rappelle les densité et vitesse locales des neutralinos

$$\rho_\chi^0 \simeq 0.3 - 0.5 \text{ GeV}/\text{cm}^3 ; v_\chi^0 \simeq 220 - 300 \text{ km/sec}. \quad (3.106)$$

On peut alors quantifier un flux local de neutralinos provenant du halo :

$$\phi_\chi = \frac{\rho_\chi^0}{m_\chi} v_\chi^0 \simeq \frac{0.4 \text{ cm}^{-3}}{m_\chi [\text{GeV}]} \times (3 \times 10^7 \text{ cm/s}) \simeq \frac{1.2 \times 10^7}{m_\chi [\text{GeV}]} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1},$$

Par analyse dimensionnelle, la section efficace neutralino-proton en tant que processus faible est donnée par

$$\sigma_{\chi-p} \simeq (G_F m_p^2)^2 \frac{1}{m_W^2} = 6 \times 10^{-42} \text{ cm}^2 \quad (3.107)$$

Cette valeur est à comparer avec les sensibilités expérimentales de détection directe mais elle entre aussi en jeu pour ce qui concerne la détection indirecte dans la capture que nous pouvons estimer pour le Soleil :

$$C_\odot = M_\odot N_A \sigma_{\chi-p} = 1.2 \times 10^{57} \sigma_{\chi-p} \quad (3.108)$$

avec $M_\odot = 1.98 \times 10^{30} \text{ kg}$ la masse du Soleil et $N_A = 6.022 \times 10^{23}$ le nombre d'Avogadro et où l'on a considéré le Soleil comme constitué d'hydrogène ($M_H = 1 \text{ g/mol}$).

Si on considère la population de neutralinos au centre du Soleil comme étant à l'équilibre (voir section 3.3.4), le flux de neutrinos provenant de l'annihilation de neutralinos et arrivant sur la Terre est alors :

$$\phi_\nu^\odot = \frac{\phi_\chi C_\odot}{4\pi d^2} = \frac{3 \times 10^{-5}}{m_\chi (\text{GeV})} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \simeq \frac{1 \times 10^{13}}{m_\chi [\text{GeV}]} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}. \quad (3.109)$$

où $d = 1 \text{ u.a} = 1.49 \times 10^8 \text{ km}$.

Si on estime la probabilité de détection d'un neutrino par

$$P = N_A \sigma_{\nu-N} R_\mu \simeq 1 - 2 \times 10^{-13} (m_\chi [\text{GeV}])^2 \quad (3.110)$$

où $\sigma_{\nu-N} = 0.5 \times 10^{-38} E_\nu [\text{GeV}] \text{ cm}^2$ est la moyenne des sections efficaces νN et $\bar{\nu} N$, $R_\mu \simeq 500 \text{ cm} \times E_\mu [\text{GeV}]$ est le parcours du muon et avec $E_\mu \sim \frac{1}{2} E_\nu \sim \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{3} m_\chi$. On a alors pour $m_\chi \sim 100 \text{ GeV} - 1 \text{ TeV}$ un flux de muons typique de :

$$\phi_\mu^\odot = \phi_\nu^\odot P \simeq 10^2 - 10^3 \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}. \quad (3.111)$$

Après cette introduction qualitative, nous allons étudier ces mécanismes en tenant compte de la microphysique.

3.3.2 Annihilation de neutralinos au repos

La densité relique d'une part et l'émission des flux de neutrinos depuis les objets astrophysiques où les neutralinos sont piégés d'autre part vont être régies en partie par l'annihilation de neutralinos. Nous allons donc décrire les processus intervenant dans la section efficace d'annihilation au repos $\sigma_{\chi-\chi}^A$. Ceci est pleinement justifié pour ce qui concerne l'émission de neutrinos, les vitesses des neutralinos au centre des corps astrophysiques dans lesquels ils sont piégés étant très faibles. Concernant la densité relique, même si la vitesse est faible, c'est la section efficace d'annihilation moyennée thermiquement $\langle \sigma_\chi v \rangle$ qui intervient dans l'équation de Boltzmann. Toutefois le raisonnement à vitesse nulle offre une bonne compréhension. Les effets à vitesse non nulle seront pris en compte dans les calculs.

Les processus intervenants dans l'annihilation au repos sont montrés figure 3.3.

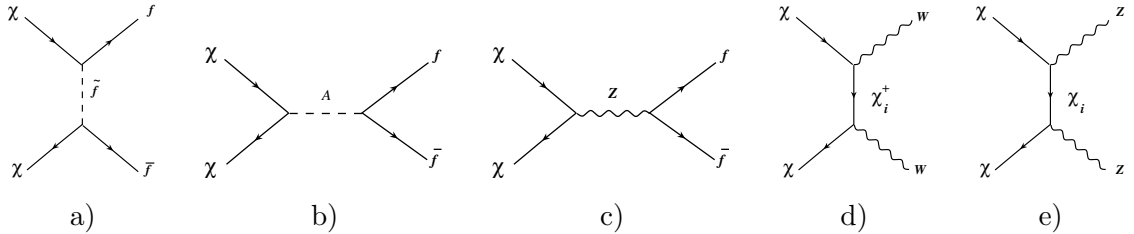


FIG. 3.3 – Principaux canaux d'annihilation de neutralinos au repos.

Nous allons donner les dépendances des amplitudes de ces processus en fonctions des paramètres du MSSM :

a) $\chi\chi \xrightarrow{\tilde{f}} f\bar{f} : A_{f\bar{f}}^{\tilde{f}} \propto (\frac{m_\chi}{m_{\tilde{f}}})^2$.

Ce processus peut être actif quelle que soit la composition du neutralino et dépend essentiellement des masses et des mélanges des sfermions.

b) $\chi\chi \xrightarrow{A} f\bar{f} : A_{f\bar{f}}^A \propto \frac{\tan\beta m_{f_d}}{m_W} (\frac{m_\chi}{m_A})^2 z_{11(12)} z_{13(14)}$

avec $\tan\beta m_{f_d} \leftrightarrow \frac{m_{f_u}}{\tan\beta}$ selon le type (down ou up) du fermion f . L'amplitude dépend de la masse m_A du pseudoscalaire et de celle du fermion produit m_f ainsi que du produit de la composante bino z_{11} et des composantes higgsino z_{13} et z_{14} du neutralino.

c) $\chi\chi \xrightarrow{Z} f\bar{f} : A_{f\bar{f}}^Z \propto (\frac{m_f m_\chi}{m_Z^2}) z_{13(14)}^2$.

Ce diagramme est très favorisé quand il est actif en raison de la faible masse du Z par rapport aux particules SUSY, mais dépend des composantes higgsino du neutralino z_{13} et

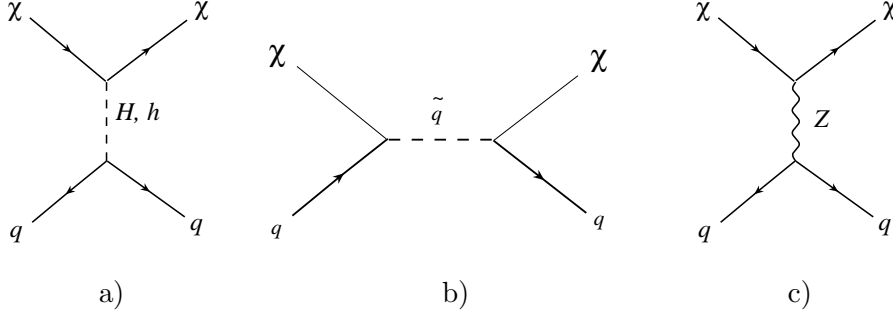


FIG. 3.4 – a) et b) : Processus intervenants dans $\sigma_{\chi-p}^{scal}$; b) et c) : Processus intervenants dans $\sigma_{\chi-p}^{spin}$.

z_{14} au carré. Il est aussi proportionnel à la masse du fermion produit m_f .

d) $\chi\chi \xrightarrow{\chi_i^+} W^+W^- : A_{W^+W^-}^{\chi_i^+} \propto \frac{1}{1+(m_{\chi_i^+}/m_\chi)^2-(m_W/m_\chi)^2}$.

Ce canal dépend de la masse et de la composition du chargino χ_i^+ échangé. En effet, en plus du propagateur du chargino, ce processus est proportionnel au produit de la fraction de higgsino et/ou wino du neutralino avec celle du chargino échangé.

e) $\chi\chi \xrightarrow{\chi_i^0} ZZ : A_{ZZ}^{\chi_i^0} \propto \frac{1}{1+(m_{\chi_i^0}/m_\chi)^2-(m_Z/m_\chi)^2}$.

On a ici le même comportement qu'en d) mais la dépendance est sur les caractéristiques du neutralino échangé χ_i^0 .

Donc sur 5 processus, 4 sont directement dépendants de la fraction de higgsino du neutralino. On comprend que quels que soient les modèles considérés, des neutralinos avec une composante higgsino (ou wino pour les 2 derniers processus) non négligeable auront des couplages plus fort et des sections efficaces d'annihilation $\sigma_{\chi-\chi}^A$ plus élevées. On voit aussi que pour l'annihilation en fermion-antifermion, les fermions lourds de la troisième génération seront favorisés (fermions plus lourd, sfermions plus légers section 3.2.6.3).

Les neutralinos peuvent aussi s'annihiler en états finals contenant des bosons de Higgs par :

$$\chi\chi \xrightarrow{A, \chi_i^0} ZH, h ; \chi\chi \xrightarrow{A, \chi_i^+} W^\pm H^\mp ; \chi\chi \xrightarrow{A, Z, \chi_i^0} AH, h.$$

Ces processus seront fortement supprimés dans les modèles que nous allons considérer en raison du spectre SUSY généré par les RGE où les bosons de Higgs seront typiquement lourds et les couplages intervenant dans ces processus défavorisés.

3.3.3 Section efficace de collision élastique neutralino-quark : détection directe

La section efficace de collision élastique neutralino-quark va intervenir dans la détection directe ainsi que dans la détection indirecte au niveau de la capture. Dans les deux cas, selon le spin du noyau sur lequel le neutralino diffuse, les différents processus montrés sur la fig 3.4 vont intervenir. On parle de section efficace dépendante de spin ou axiale $\sigma_{\chi-p}^{spin}$ quand le spin du noyau est non nul et de section efficace indépendante de spin ou scalaire $\sigma_{\chi-p}^{scal}$ quand le noyau est sans spin⁵.

L'échange des Higgs h et H dans la voie t , $\chi q \xrightarrow{H, h} \chi q$ figure 3.4 a), intervient dans la section efficace scalaire, l'échange de Z dans la voie t , $\chi q \xrightarrow{Z} \chi q$ figure 3.4 c), intervient

5. Le neutralino étant une particule de Majorana, il n'a pas d'interaction vectorielle.

dans la section dépendante de spin et l'échange de squarks dans la voie s , $\chi q \xrightarrow{\tilde{q}} \chi q$ figure 3.4 b), dans les deux.

On peut remarquer que les couplages intervenant dans ces processus étaient déjà présents dans les canaux d'annihilation puisque les processus sont semblables avec échange des voies t et s . Ici nous analyserons essentiellement les couplages des processus.

Le couplage $C_{\chi q \tilde{q}}$ comporte une partie relative à la fraction de higgsino du neutralino et une partie dépendante de sa fraction de jaugino, aussi ce processus existe quelle que soit la nature du neutralino. Cependant il est défavorisé si la masse des squarks est supérieure à la masse des autres particules échangées ce qui est toujours vrai pour le Z dans $\sigma_{\chi-p}^{spin}$ et h dans $\sigma_{\chi-p}^{scal}$ (très souvent aussi $m_H < m_{\tilde{q}}$). Ceci est d'autant plus vrai que la diffusion se fait sur des noyaux, donc principalement sur des quarks de première génération, dont (nous l'avons vu dans la section 3.2.6.3) les superpartenaires sont typiquement lourds. Ce n'est donc pas l'échange de squarks qui va génériquement régir les diffusions de neutralinos sur les noyaux.

Les couplages aux scalaires sont proportionnels à [75]:

$$C_{\chi q h} = h_{hqq} \cdot T_{h00} ; C_{\chi q H} = h_{Hqq} \cdot T_{H00} \text{ pour } q = u, d \text{ (c, s, t, b)} \quad (3.112)$$

avec

$$T_{h00} = \sin \alpha [z_{13}(z_{12} - \tan \theta_W z_{11})] + \cos \alpha [z_{14}(z_{12} - \tan \theta_W z_{11})] \quad (3.113)$$

$$T_{H00} = -\cos \alpha [z_{13}(z_{12} - \tan \theta_W z_{11})] + \sin \alpha [z_{14}(z_{12} - \tan \theta_W z_{11})] \quad (3.114)$$

et

$$h_{huu} = -\frac{g_2 m_u \cos \alpha}{2m_W \sin \beta} ; h_{hdd} = \frac{g_2 m_d \sin \alpha}{2m_W \cos \beta} ; h_{Huu} = -\frac{g_2 m_u \sin \alpha}{2m_W \sin \beta} ; h_{Hdd} = \frac{g_2 m_d \cos \alpha}{2m_W \cos \beta} \quad (3.115)$$

et le couplage au Z à [75]:

$$C_{\chi q Z} = \frac{1}{2} T_{3q} (-z_{13}^2 + z_{14}^2) \quad (3.116)$$

Le couplage dépendant de spin (échange de Z) est donc fortement dépendant de la fraction de higgsino du neutralino ($\propto f_H$). Le couplage scalaire étant $\propto z_{11} z_{13(14)}$ sera supprimé pour un neutralino purement jaugino ou higgsino.

3.3.4 Détection indirecte avec un télescope à neutrinos

Si les neutralinos sont présents dans le halo, ils doivent être capturés gravitationnellement et s'accumuler dans les objets astrophysiques massifs de masse M_b tels que le Soleil ou la Terre. Le taux de capture C dépend de la section efficace de diffusion élastique neutralino-quark $\sigma_{\chi-q}^{scal/spin}$. Les effets scalaires ou dépendants de spin seront dominants en fonction du spin des noyaux présents dans le corps. Le taux de capture s'exprime approximativement comme [95]:

$$C \sim \frac{\rho_\chi^0}{v_\chi^0} \sum_N M_b f_N \frac{\sigma_N}{m_\chi m_N} < v_{esc}^2 >_N F(v_\chi^0, v_{esc}, m_\chi, m_N) \quad (3.117)$$

où ρ_χ^0, v_χ^0 sont les densité et vitesse locales des neutralinos, f_N est la densité du noyau N dans le corps astrophysique, $\sigma_N = f(\sigma_{\chi-p}^{spin}, \sigma_{\chi-p}^{scal}, \sigma_{\chi-n}^{spin}, \sigma_{\chi-n}^{scal})$ est la section efficace de diffusion élastique noyau-neutralino, v_{esc} la vitesse d'échappement et F un facteur de suppression dépendant des dispersions (mismatching) des masses et des vitesses. La

capture du neutralino est maximisée pour $m_\chi \sim m_N$ car $\frac{\sigma_N}{m_\chi m_N} \sim \frac{m_r^2}{m_\chi m_N} \doteq \frac{m_\chi m_N}{(m_\chi + m_N)^2}$, et sera plus efficace pour le Soleil que pour la Terre car $M_\odot \gg M_\oplus$.

Pour la Terre, en raison du spin nul du Fe^{56} , les interactions scalaires dominent. La capture est par ailleurs résonante pour $m_\chi \sim 56$ GeV.

Pour le Soleil, le spin de l'hydrogène permet les interactions axiales qui sont favorisées par la faible masse du Z (à condition d'avoir une fraction de higgsino non nulle).

Donc la capture sera génériquement plus efficace pour le Soleil que pour la Terre en raison de la grande masse du Soleil et des interactions dépendantes de spin.

Une certaine population de neutralinos se trouve donc piégée et, en tant que particules de Majorana, ils vont s'annihiler en différents canaux conduisant à la production de flux de neutrinos.

Si on considère que la vitesse au centre du corps des neutralinos piégés est inférieure à la vitesse d'échappement et donc que l'on peut négliger l'évaporation⁶, le nombre de neutralinos au centre du corps considéré dépend de la balance entre le taux de capture et l'annihilation des neutralinos piégés :

$$\dot{N}_\chi = C - C_A N_\chi^2, \quad (3.118)$$

où C_A le produit de la section efficace d'annihilation $\sigma_{\chi-\chi}^A$ par la distribution de vitesse relative par unité de volume. Le taux d'annihilation Γ_A est alors donné pour un temps t par :

$$\Gamma_A = \frac{1}{2} C_A N_\chi^2 = \frac{C}{2} \tanh^2 \sqrt{CC_A} t \quad (3.119)$$

On peut alors définir 2 régimes extrêmes :

- si $\sqrt{CC_A} t > 1$, $\Gamma_A \sim \frac{C}{2} = cste$, on dit que la population de neutralinos a atteint l'équilibre. Le taux d'annihilation ne dépend que de la capture, plus de l'annihilation (cas typique du Soleil).
- si $\sqrt{CC_A} t \ll 1$, $\Gamma_A \approx \frac{1}{2} C^2 C_A t^2$ au début de la collecte (cas typique de la Terre).

Le flux différentiel de neutrinos de type i ($i = \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu \dots$) provenant de l'annihilation de neutralinos s'exprime alors comme :

$$\left(\frac{d\Phi}{dE} \right)_i = \frac{\Gamma_A}{4\pi R^2} \sum_F B_F \left(\frac{dN}{dE} \right)_{F,i} (E_\nu, E_{in}) \quad (3.120)$$

où R est la distance entre la source et le détecteur (distance Terre-Soleil, rayon de la Terre), B_F est le rapport de branchement du canal d'annihilation F et E_{in} l'énergie des particules qui se désintègrent. Dans l'équation 3.120 et dans la suite de ce chapitre nous ne tiendrons pas compte des oscillations de neutrinos.

Comme la température au centre de la Terre et du Soleil est basse, les neutralinos sont non relativistes, aussi on peut considérer que l'annihilation est à vitesse nulle. La production directe $\chi\chi \rightarrow \nu\bar{\nu}$ est alors supprimée. Les flux de neutrinos vont donc provenir de la désintégration des produits d'annihilation des neutralinos : $\chi\chi \rightarrow X\bar{X} \rightarrow \nu Y$. Les principaux canaux à considérer sont (c.f section 3.3.2) $t\bar{t}$, $b\bar{b}$, $c\bar{c}$, $\tau^+\tau^-$, W^+W^- , ZZ . La conversion en muon et le parcours du muon étant proportionnels à l'énergie du neutrino, plus les neutrinos sont énergétiques (voir chapitre 2), plus ils sont facilement détectables. Or le spectre différentiel de chacun des canaux d'annihilation est différent, en effet le spectre de neutrinos dépend de la masse/énergie de la particule initiale et du niveau de

6. cette hypothèse est justifiée pour $m_\chi > 5$ GeV [95]

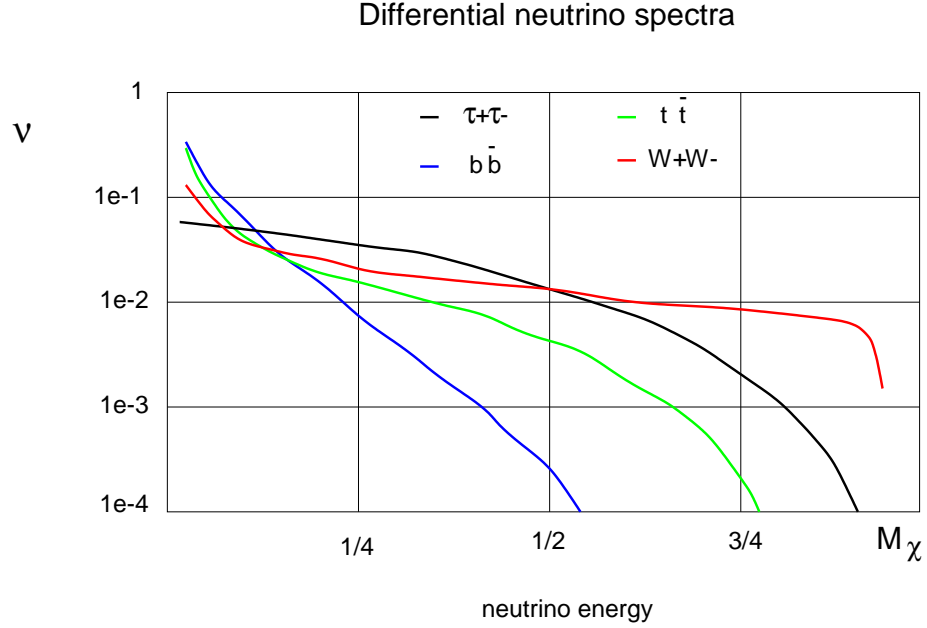


FIG. 3.5 – Flux différentiel de neutrinos pour les principaux canaux de désintégration provenant de l'annihilation de neutralinos au centre du Soleil.

production des neutrinos lors de la désintégration (pour une discussion sur le sujet voir [96]). Illustrons ceci par quelques exemples :

- $\chi\chi \rightarrow W^+W^-, ZZ$: les bosons de jauge sont lourds et produisent des neutrinos selon $W \rightarrow \mu\nu_\mu$ et $Z \rightarrow \nu_\mu\bar{\nu}_\mu$, ces neutrinos seront les plus énergétiques et ce spectre est appelé spectre “hard”;
- $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$: la désintégration des τ est $\tau \rightarrow \mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ ces neutrinos sont intuitivement un peu moins énergétiques à cause de la cinématique à 3 corps;
- $\chi\chi \rightarrow t\bar{t}$: la production de neutrinos se fait par $t \rightarrow Wb$ et $b \rightarrow c\mu\nu$ et $W \rightarrow \mu\nu_\mu$, les neutrinos résultants seront aussi un peu plus “mous”;
- $\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$: où le quark b se désintègre suivant $b \rightarrow c\mu\nu_\mu$, ce spectre est appelé spectre “soft”.

Il faut aussi tenir compte des interactions au cours de la propagation, c’est pourquoi les flux différentiels seront différents pour la Terre et pour le Soleil qui est bien plus dense et dans lequel les neutrinos perdent de l’énergie par courant neutre et peuvent être absorbés par courant chargé. D’après les calculs de Ritz et Seckel, pour rendre compte de ces effets, un neutrino d’énergie E produit au centre du Soleil sortira du Soleil avec l’énergie

$$E_f = \frac{E}{1 + E\tau_i} \quad \text{avec la probabilité} \quad P_f = \left(\frac{1}{1 + E\tau_i} \right)^{\alpha_i} \quad (3.121)$$

où $i = \nu, \bar{\nu}$ et $\tau_\nu = 1.01 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$ et $\tau_{\bar{\nu}} = 3.8 \times 10^{-4} \text{ GeV}^{-1}$. La figure 3.5 illustre ces différences de spectre dans le cas du Soleil.

Il faut noter ici que dans le Soleil comme dans la Terre, les muons produits seront stoppés bien avant qu’il ne puissent se désintégrer et produire des neutrinos [97]. Enfin, nous avons vu (équation 3.110) comment traduire un flux de neutrinos en un flux de muons arrivant dans le détecteur.

Nous savons donc comment estimer un flux de neutrinos/muons provenant de l’annihilation de neutralinos, nous allons maintenant décrire la procédure pour obtenir la

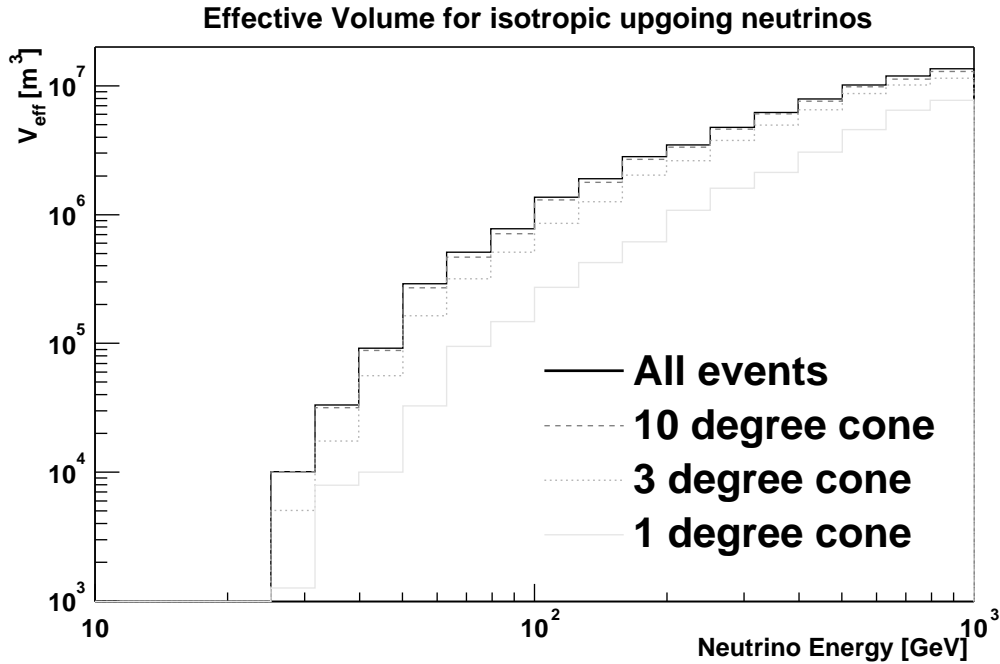


FIG. 3.6 – Volume effectif d’Antares pour un flux isotrope de neutrinos ascendants [36]. Différentes valeurs de cône de visée sont montrées puisque l’étude se porte sur des sources ponctuelles (flux en provenance du Soleil et du Centre Galactique).

sensibilité d’Antares à cette physique.

3.3.5 Sensibilité d’Antares

Nous allons décrire comment la sensibilité d’Antares au flux de neutrinos provenant de l’annihilation au centre d’une source ponctuelle telle que le Soleil ou le Centre Galactique ⁷ est obtenue[98, 36]. L’analyse pour les flux en provenance de la Terre est en cours.

Selon le principe décrit dans le chapitre 2, on calcule donc le volume effectif (= efficacité) du détecteur $V_{eff}(E_\nu, \theta_\nu, \phi_\nu)$ (figure 3.6).

Pour l’étude des neutralinos les événements ont été produits dans l’intervalle d’énergie [5 GeV ; 100 TeV] avec un spectre en E^{-2} proche des neutrinos atmosphériques ($E^{-2.7}$) qui seront le principal bruit de fond. On impose la condition que les photons Čerenkov des traces de muons touchent plus d’une seule ligne du détecteur (= analyse 3D). En raison de la statistique Monte Carlo limitée et de la géométrie quasi-cylindrique du détecteur, on suppose que ce volume est indépendant de l’azimut de la trace du μ et on ne sélectionne que les événements reconstruits dans un cône optimisé pour minimiser S/B , $\theta = f(E_\nu) \sim 2 - 3$ degrés, autour de la direction ciblée dans le ciel (figure 3.7). Après avoir moyenné sur l’angle zénithal sur un an ce volume effectif ne dépend plus alors que de l’énergie du neutrino : $V_{eff}(E_\nu)$. On définit alors une surface effective correspondante telle que cette

7. Même si la phénoménologie de l’annihilation reste valide, les prédictions concernant les flux en provenance du Centre Galactique dépendent complètement du modèle de halo galactique. Aussi ce sujet ne sera pas abordé dans ce travail.

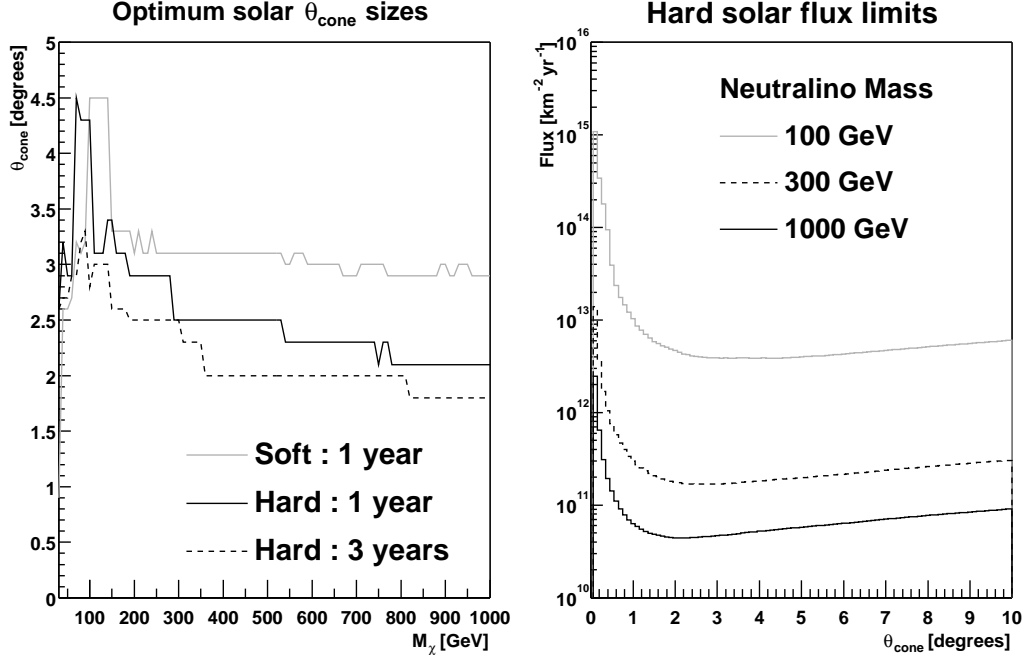


FIG. 3.7 – Optimisation du cône autour de la direction du Soleil [36].

surface multipliée par un flux de neutrinos donne un taux de muons détectés :

$$A_{eff}^{\nu}(E_{\nu}) = V_{eff}(E_{\nu}) \rho N_A \sigma_{\nu-N}^{CC} P_{Earth}(E_{\nu}) \quad (3.122)$$

où ρN_A est le nombre de nucléons cibles et $\sigma_{\nu-N}^{CC}$ la section efficace par courant chargé nucléon-neutrino. Les résultats [36] sont montrés figure 3.8. Le nombre de muons observés pour un flux différentiel de neutrinos est alors

$$N_{\mu} = \int_{E_{min}}^{E_{max}} V_{eff}(E_{\nu}) \rho N_A \sigma_{\nu-N}^{CC} \frac{d\Phi_{\nu}}{dE_{\nu}} dE_{\nu} \quad (3.123)$$

avec pour l'étude des neutralinos $E_{max} = m_{\chi}$.

Le bruit de fond dans notre gamme d'énergie $\lesssim 1$ TeV provient des neutrinos atmosphériques qui sont quantifiés selon [99] ; on obtient alors

$$N_{Bg} = \int_{E_{min}}^{m_{\chi}} V_{eff}(E_{\nu}) \rho N_A \sigma_{\nu-N}^{CC} \frac{d\Phi_{\nu}^{atm}}{dE_{\nu}} dE_{\nu} \quad (3.124)$$

qui dans le cône considéré est de l'ordre de 1.4 par an pour le Soleil et de 2.2 par an pour le Centre Galactique.

On suppose alors que le bruit de fond suit une distribution de Poisson, le nombre d'événements attendus pour un niveau de confiance de 90% est alors environ 4 par an pour le Soleil et 5 pour le Centre Galactique (varit avec le cône $\theta(E_{\nu})$). On applique alors les 2 spectres extrêmes hard ($\chi\chi \rightarrow WW$) et soft ($\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$) pour les flux de neutrinos provenant de l'annihilation des neutralinos ce qui donne pour le signal

$$4 - 5 \sim N_{signal}^{90\%CL} = \phi_{\nu} \int_{E_{min}}^{m_{\chi}} V_{eff}(E_{\nu}) \rho N_A \sigma_{\nu-N}^{CC} \left(\frac{d\phi_{\nu}^{norm}}{dE_{\nu}} \right)_i dE_{\nu} \quad (3.125)$$

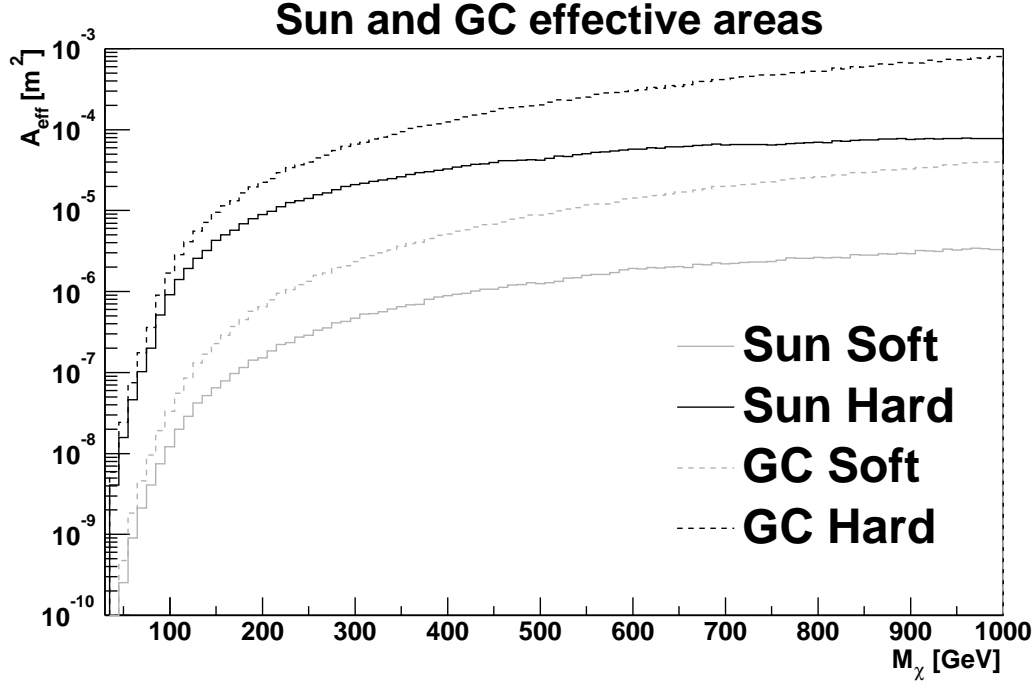


FIG. 3.8 – Surface effective d'Antares [36].

où $i = WW, b\bar{b}$ et où l'on a factorisé le flux différentiel $d\Phi_\nu/dE_\nu$ en une partie intégrée ϕ_ν et une partie différentielle normalisée $d\phi_\nu^{norm}/dE_\nu$. On va donc pouvoir mettre des limites sur ϕ_ν correspondant aux hypothèses WW et $b\bar{b}$ faites pour $d\phi_\nu^{norm}/dE_\nu$ et obtenir une enveloppe de sensibilité pour tout l'intervalle de masse de neutralinos considéré. Ces limites peuvent être exprimées sur ϕ_ν (nombre de ν $\text{km}^{-2}\text{an}^{-1}$) ou converties en flux de muon ϕ_μ (nombre de μ $\text{km}^{-2}\text{an}^{-1}$). Puisque la section efficace neutrino-nucléon par courant chargé et le parcours du muon sont proportionnels à l'énergie du neutrino : $\sigma_{\nu-N}^{CC} \propto E_\nu$, $R_\mu \propto E_\nu$, cette conversion dépend du spectre différentiel donc du modèle SUSY avec lequel on comparera (pour $m_\chi \geq 80$ GeV, $\phi_\nu/\phi_\mu \sim 10^{10} - 5 \times 10^9$ pour un spectre soft et $\gtrsim 10^9$ pour un spectre hard, avec évidemment une dépendance en m_χ). Aussi on va appliquer les conversions de nos 2 spectres extrêmes échantillonnées en fonction de la masse du neutralino. Les résultats attendus [36] sont montrés en flux de muons sur la figure 3.9 avec pour comparaison les valeurs des limites actuelles des expériences Macro [100], Baksan [101], Super-Kamiokande [102]. Cette analyse a été réalisée avec une génération d'événements haute énergie, une analyse complémentaire spécifique à basse énergie en cours améliorera les performances pour les petites masses de neutralinos.

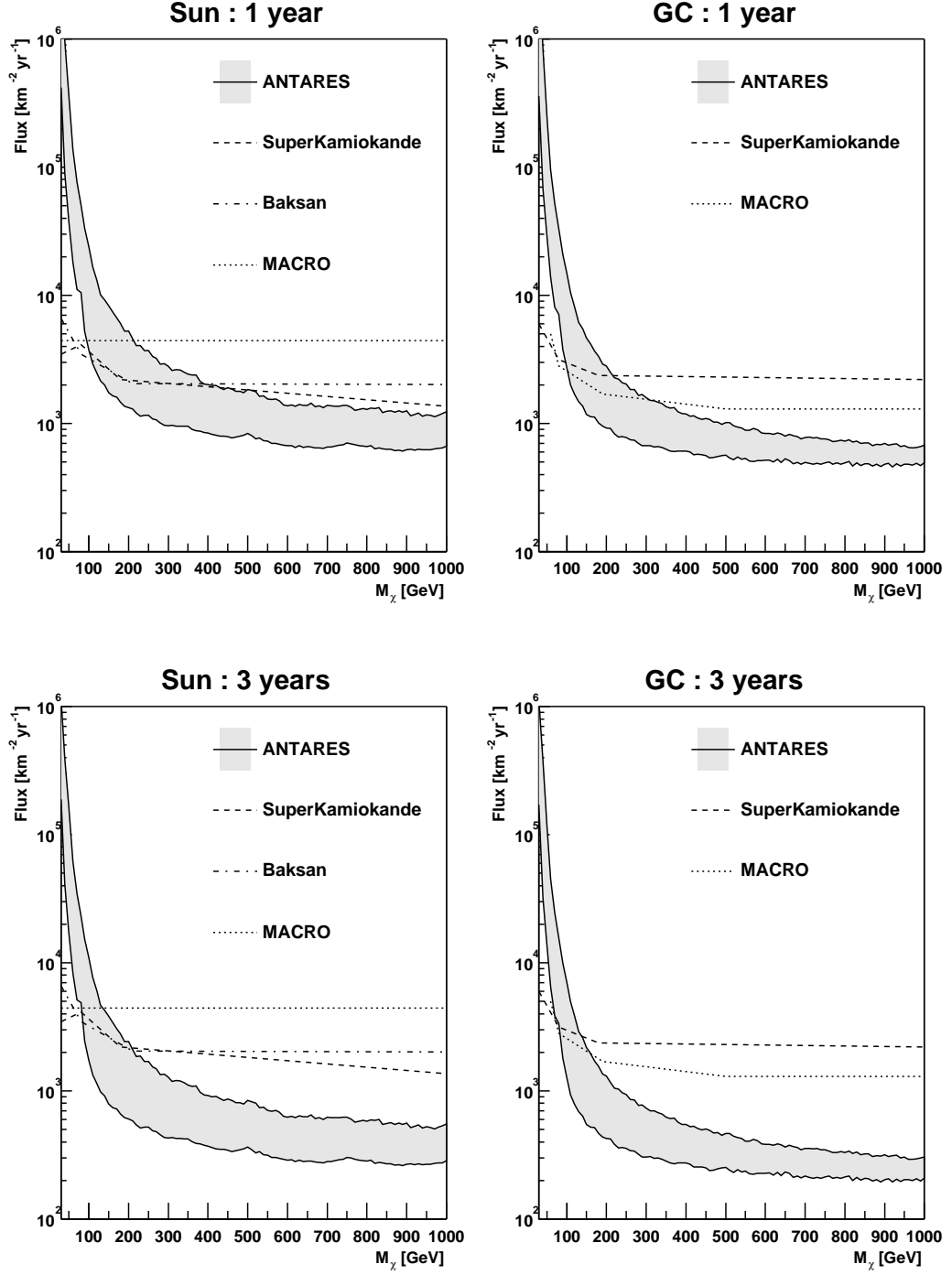


FIG. 3.9 – Sensibilité attendue d’Antares sur les flux de muons provenant de l’annihilation de neutralinos au centre du Soleil et du Centre Galactique pour un an et trois ans de prises de données [36].

$m_0 = 140 \text{ GeV}; m_{1/2} = 175 \text{ GeV}; A_0 = 0 \text{ GeV}; \tan \beta = 35; \mu > 0$		
	Suspect + Neutdriver	Suspect + Darksusy
$m_\chi \text{ (GeV)}$	68.4	68.4
$\langle \sigma_v \rangle_{v=0} \text{ (cm}^3 \text{ s}^{-1}\text{)}$	2.79×10^{-27}	7.3×10^{-27}
Ωh^2	0.199	0.131
flux de μ du Soleil ($\text{km}^{-2} \text{ an}^{-1}$)	40	79
flux de μ de la Terre ($\text{km}^{-2} \text{ an}^{-1}$)	5.1×10^{-2}	16.3×10^{-2}

TAB. 3.2 – *Comparaison Darksusy Neutdriver pour le point mSugra* $m_0 = 140 \text{ GeV}; m_{1/2} = 175 \text{ GeV}; A_0 = 0 \text{ GeV}; \tan \beta = 35; \mu > 0$.

3.3.6 Calculs relatifs à la matière noire : le programme Darksusy

Le programme Darksusy [103] permet de calculer à partir d’une paramétrisation *basse énergie* du MSSM la densité relique de neutralinos et différents taux de détection directe et indirecte.

Les paramètres d’entrée de physique des particules en plus de ceux du modèle standard sont $\mu, M_2, m_A, \tan \beta, m_q, A_t, A_b$ où m_q est une masse scalaire soft commune à basse énergie et où on suppose les relations GUT pour déduire M_1 et M_3 à partir de M_2 (équation 3.28). Ces hypothèses basse énergie sont *had hoc* mais peuvent être relâchées. Toutefois le programme n’inclut pas de traitement RGE ni de minimisation du potentiel et de brisure électrofaible. Les modèles générés sont donc théoriquement moins motivés et moins cohérents, même si l’absence de contrainte permet de générer tous les types de phénoménologie basse énergie (en détruisant les hypothèses sur les inputs)[97]. Après le calcul des masses et des couplages du modèle choisi, le programme applique les limites SUSY, Higgs et $b \rightarrow s\gamma$ du Particle Data Group 2000 [85]. Ensuite, les quantités calculables sont :

- la densité relique de neutralinos,
- les sections efficaces élastiques neutralino-nucléon $\sigma_{\chi-p/n}^{spin/scal}$,
- les taux de détection dans les télescopes à neutrinos,
- les flux de gammas (continus ou raie), neutrinos, antiprotons, positrons venant de l’annihilation de neutralinos dans le halo.

Le calcul de la densité relique est fait en résolvant numériquement l’équation de Boltzmann (eq. 1.9) en incluant tous les seuils et les résonnances ainsi que les coannihilations (eq. 1.9) entre les neutralinos et les charginos. Les coannihilations avec les sfermions ne sont pas calculées. Tous les états finaux à 2 corps sont inclus à l’ordre de l’arbre plus les effets à une boucle sur $gg, \gamma\gamma$ et ZZ . Le modèle de halo galactique par défaut est

$$\rho_\chi(\vec{x}) = \rho_\chi^0 \left(\frac{r_0}{|\vec{x}|} \right)^\gamma \left[\frac{1 + (r_0/a)}{1 + (|\vec{x}|/a)^\alpha} \right]^{(\beta-\gamma)/\alpha} \quad (3.126)$$

où r_0 est la distance Soleil-Centre Galactique, et a l’échelle de longueur du profil. La distribution de vitesse est supposé Maxwellienne, les valeurs locales de vitesse et de densité par défaut que nous avons utilisées sont $\rho_\chi^0 = 0.3 \text{ GeV cm}^{-3}$ et $v_\chi^0 = 220 \text{ km s}^{-1}$.

Il existe une option de “rescaling” de la densité locale si $\Omega h^2 < (\Omega h^2)_{min}$ que nous n’avons pas utilisée en suposant $\rho_\chi^0 = 0.3 \text{ GeV cm}^{-3}$ quelle que soit la densité relique puisque la borne inférieure de densité relique n’est pas très ferme et que les calculs de formations de structure ne prédisent pas encore les densités sur des échelles aussi petites que la galaxie (voir chapitre 1).

$m_0 = 200 \text{ GeV} ; m_{1/2} = 200 \text{ GeV} ; A_0 = -600 \text{ GeV} ; \tan \beta = 30 ; \mu > 0$		
	Suspect + Neutdriver	Suspect + Darksusy
$m_\chi \text{ (GeV)}$	81.1	81.1
$< \sigma_v >_{v=0} \text{ (cm}^3 \text{ s}^{-1}\text{)}$	8.32×10^{-27}	8.68×10^{-27}
Ωh^2	0.133	0.126
flux de μ du Soleil ($\text{km}^{-2} \text{ an}^{-1}$)	4.74	22.1
flux de μ de la Terre ($\text{km}^{-2} \text{ an}^{-1}$)	5.35×10^{-5}	8.23×10^{-4}

TAB. 3.3 – *Comparaison Darksusy Neutdriver pour le point mSugra* $m_0 = 200 \text{ GeV} ; m_{1/2} = 200 \text{ GeV} ; A_0 = -600 \text{ GeV} ; \tan \beta = 30 ; \mu > 0$.

Concernant le calcul des taux de détection dans les télescopes à neutrinos, les flux intégrés ou différentiels de muons ou de neutrinos peuvent être calculés avec un seuil en énergie et dans un certain cône angulaire choisis par l'utilisateur. Lors du calcul des désintégrations des produits d'annihilation des neutralinos, les cascades et l'hadronisation des quarks sont incluses en utilisant des tables générées par MonteCarlo Pythia. De même pour les interactions lors de la propagation des neutrinos dans le Soleil et la Terre [97].

Avant que Darksusy ne soit disponible publiquement, le code Neutdriver était déjà sur le marché. Ce programme effectue aussi à partir des paramètres d'entrée basse énergie du MSSM les calculs du spectre SUSY, de densité relique et les taux de détection mais de façon moins complète :

- calcul de la densité relique par le développement $< \sigma v > = a + bv^2$,
- pour les flux de muons, les cascades ne sont pas incluses dans la production des neutrinos,
- le calcul des Higgs notamment les corrections radiatives au plus léger h est incomplet.

Nous avons cependant commencé par connecter Neutdriver avec Suspect 1.2 ainsi que Darksusy et Suspect 1.2 en vérifiant l'exact correspondance des spectres SUSY et des couplages afin de ne comparer que les différences de résultats sur les calculs relatifs à la matière noire. Deux exemples de points mSugra sont montrés sur les tableaux 3.3.6 et 3.3.6 où on constate que l'approximation sur la densité relique peut être significative et que l'absence des cascades dans la production de neutrinos donne des flux moins importants.

Concernant le calcul de la densité relique, le code public Micromégas est un code récent et performant incluant tous les processus à l'arbre. L'accord avec Darksusy est bon. Il existe par ailleurs d'autres codes privés (Ellis, Drees ...). Les coannihilations avec les sfermions seront incluses dans la prochaine version de Darksusy. A ce stade on peut noter une remarque intéressante de Salati [104] : si la précision des calculs de densité relique progressent du point de vue microphysique, il est toujours postulé qu'au moment du découplage l'Univers est dominé par la radiation. Une modification de l'expansion de l'Univers durant les époques mal connues pré-nucléosynthèse (kination dans les modèles de quintessence) peut conduire à une augmentation de la densité relique de neutralinos. Ceci peut constituer un argument afin de s'autoriser les modèles avec de faibles densités relique.

3.4 La Connexion Suspect-Darksusy : physique à plusieurs échelles d'énergie.

Ayant à notre disposition le programme Suspect performant pour les calculs dans le MSSM et Darksusy performant pour calculer la physique relative à la matière noire, l'idée était donc de connecter les deux afin d'obtenir un outil permettant de prospecter dans des modèles SUSY plus rigoureux que les études précédentes type MSSM basse énergie [75, 105, 97]. Pour cela les calculs SUSY de Darksusy ont été désactivés et remplacés par les calculs de Suspect. Darksusy démarre alors avec le spectre et les couplages donnés par Suspect. La connexion a été proposée aux auteurs et devrait être intégrée dans la prochaine version de Darksusy. Ce travail a été commencé seul, en relation avec les auteurs de Suspect du Laboratoire de Physique Mathématique et Théorique de Montpellier au sein du GDR SUSY⁸ devenu EuroGDR. Depuis, le Groupe d'Astroparticules de Montpellier en a fait usage pour la prospection en flux de gammas pour les expériences CAT et Celeste, et désormais, le travail et les outils sont développés et partagés dans le cadre des GDR SUSY et PCHE⁹.

Quelques remarques :

Les calculs de Darksusy sont supposés à échelle unique, *une* échelle électrofaible. Ils sont faits à l'arbre (section 3.3.6), avec des particules sur couche de masse et avec un seul paramètre de masse pour le couplage et la cinématique. Cependant, la physique depuis la grande unification jusqu'au taux de détection de matière noire est une problématique multi-échelles. En effet nous avons déjà mis en avant l'échelle spécifique de la minimisation du potentiel Q_{EWSB} en section 3.2.5. Or cette échelle, selon le spectre du modèle supersymétrique considéré, est parfois éloignée de m_Z ou des masses pôles des quarks. Aussi les couplages à cette échelle peuvent être différents, par exemple pour les couplages de Yukawas, des couplages à l'arbre tirés des masses pôles des quarks. Or les couplages de Yukawa sont complètement déterminants dans certains diagrammes d'annihilation des neutralinos comme $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ figure 3.3b) et la phénoménologie peut varier selon la valeur du couplage et donc l'échelle à laquelle celui-ci est fixé. Actuellement les masses des quarks peuvent être prises au pôle ou running (à Q_{EWSB}). Le problème est sensible notamment sur la masse du quark b . Nous verrons en effet que des valeurs différentes peuvent changer la densité relique pour certains modèles figure 3.14. Par ailleurs, en toute rigueur, l'exclusion $b \rightarrow s\gamma$ fait aussi intervenir une masse run du b encore différente.

Mais on peut encore remarquer que l'annihilation de neutralinos au repos est une physique dont l'énergie typique dans le centre de masse est deux fois la masse physique du neutralino : $E \sim M_\chi$. Aussi, il serait légitime et rigoureux d'introduire une échelle physique supplémentaire de l'ordre de M_χ afin de pouvoir faire un calcul de densité relique et de détection à l'arbre avec les couplages à la bonne échelle. Cet argument est d'autant plus pertinent quand on sait que la densité relique au travers des pôles d'annihilation est très sensible au spectre et aux couplages utilisés [108]. De plus, dans un modèle avec un spectre très hiérarchisé ($m_{\tilde{q}} \gg M_\chi$) comme le seront (voir sections suivantes) les modèles les plus intéressants pour la détection, l'échelle de minimisation du potentiel Q_{EWSB} est très différente (supérieure) de M_χ . $Q_{EWSB} \sim \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$ est l'échelle pertinente du point de vue calculatoire pour la minimisation du potentiel dans l'approximation *leading log* section 3.2.5 mais pas vraiment physiquement pour les calculs de matière noire.

Ces remarques sont des améliorations souhaitables que je ferai pour les codes futurs.

8. Groupement De Recherche sur la Supersymétrie [106]

9. Groupement De Recherche sur les Phénomènes Cosmiques de Haute Energie [107]

3.5 Prospection dans les modèles mSugra/CMSSM

3.5.1 Caractéristiques du modèle

Nous l'avons vu, il s'agit de modèles inspirés de la supergravité minimale avec 4+1 paramètres d'entrée $m_0, m_{1/2}, A_0, \tan \beta, \text{sgn}(\mu)$. Nous allons faire une étude de ces modèles pour différentes valeurs de A_0 et $\tan \beta$, avec principalement $\mu > 0$ inspiré par les limites $b \rightarrow s\gamma$ et $(g-2)_\mu$ (les modèles avec $\mu < 0$ ont les mêmes comportements en ce qui concerne la matière noire). Dans nos scans nous avons choisi $0 \leq m_{1/2} < 1$ TeV le maximum étant donné par les contraintes (limites supérieures) sur la densité relique et la naturalité, et $0 \leq m_0 \leq 3$ TeV en raison du phénomène focus point que nous allons décrire.

L'échelle de focalisation : le "focus point" [109]

L'évolution des masses des scalaires avec couplages de Yukawa (troisième génération et Higgs) (3.41) peut se réécrire schématiquement :

$$\frac{dm_i^2}{d \ln Q} \sim \frac{1}{16\pi^2} \left[-g_a^2 M_a^2 + \sum_j y_j^2 m_j^2 + \sum_j y_j^2 A_j^2 \right], \quad (3.127)$$

où la somme est sur les superchamps chiraux j couplés au superchamp chiral i par des interactions de Yukawa. Cette équation suggère que s'il existe une solution particulière $m_i^2|_p$ alors toutes les valeurs m_i^2 paramétrisées par

$$m_i^2(Q) = m_i^2|_p(Q) + \xi \Delta_i^2(Q) \quad (3.128)$$

où ξ est arbitraire, sont solutions si

$$\frac{d\Delta_i^2}{d \ln Q} \sim \frac{1}{16\pi^2} \sum_j y_j^2 \Delta_j^2. \quad (3.129)$$

Donc pour une condition initiale donnée, il existe une échelle Q_F telle que en intégrant l'équation (3.129),

$$\Delta_i^2(Q_F) \sim \sum_j \kappa_j^1 e^{\kappa_j^1 \int_{\ln Q_F}^{\ln Q} \frac{y_j^2(Q')}{16\pi^2}} + \kappa_j^3 = 0. \quad (3.130)$$

Cette échelle est appelée échelle de focalisation ("focus point"), en effet quelle que soit la valeur de départ, la valeur d'arrivée à Q_F est la même :

$$\forall m_i^2(Q), \quad m_i^2(Q_F) = m_i^2|_p(Q_F). \quad (3.131)$$

Si on pose

$$m_i^2|_p(M_{GUT}) = 0, \quad (3.132)$$

$$\xi \Delta_i^2(M_{GUT}) = m_0^2, \quad (3.133)$$

et que l'on applique la condition focus point (équation 3.130) pour $m_i = m_{H_2}^2$, alors $m_{H_2}^2|_{Q_F}$ est indépendant de m_0 . Or et c'est ce qui est remarquable avec les valeurs des couplages de jauge et $m_t \sim 174$ GeV, on a $Q_F \sim \mathcal{O}(100 \text{ GeV})$ [109] donc l'échelle de focalisation est de l'ordre de l'échelle faible. Ce phénomène est montré sur la figure 3.10 tirée de la référence [109].

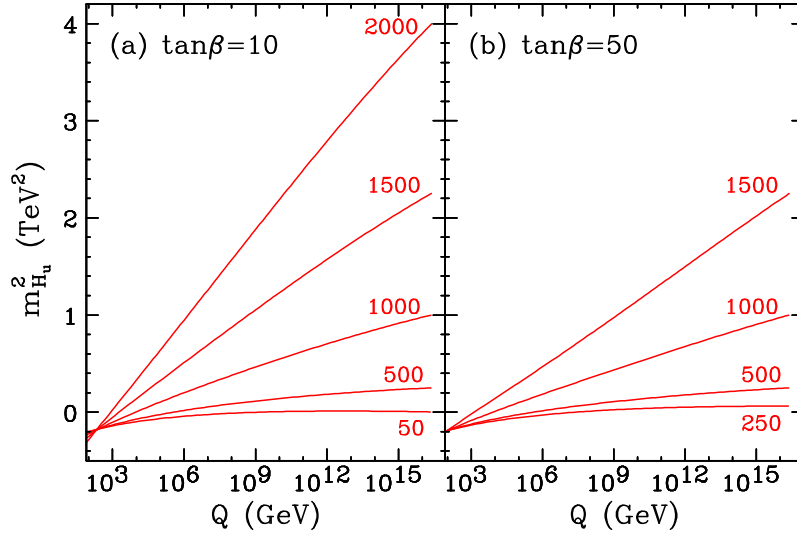


FIG. 3.10 – Evolution de $m_{H_u}^2 \equiv m_{H_2}^2$ en fonction de l'échelle pour a) $\tan \beta = 10$ et b) $\tan \beta = 50$ avec $m_{1/2} = 300$ GeV, $A_0 = 0$ et $m_t = 174$.

Ensuite, l'argument est que la minimisation de potentiel s'exprimant par

$$\frac{1}{2}m_Z^2 = \frac{m_{H_1}^2 - m_{H_2}^2 \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1} - \mu^2 \underset{\tan \beta \gtrsim 5}{\sim} -m_{H_2}^2 - \mu^2, \quad (3.134)$$

m_Z (et μ) est alors indépendant de m_0 pour $\tan \beta \gtrsim 5$. Définissant la naturalité comme la sensibilité de m_Z aux variations des paramètres :

$$c_a \doteq \left| \frac{\partial \ln m_Z^2}{\partial \ln a} \right| \text{ où } a = \{m_0, m_{1/2}, \mu_0, A_0, B_0\}, \quad (3.135)$$

on a alors c_{m_0} très faible ce qui autorise à explorer les très grandes valeurs de m_0 .

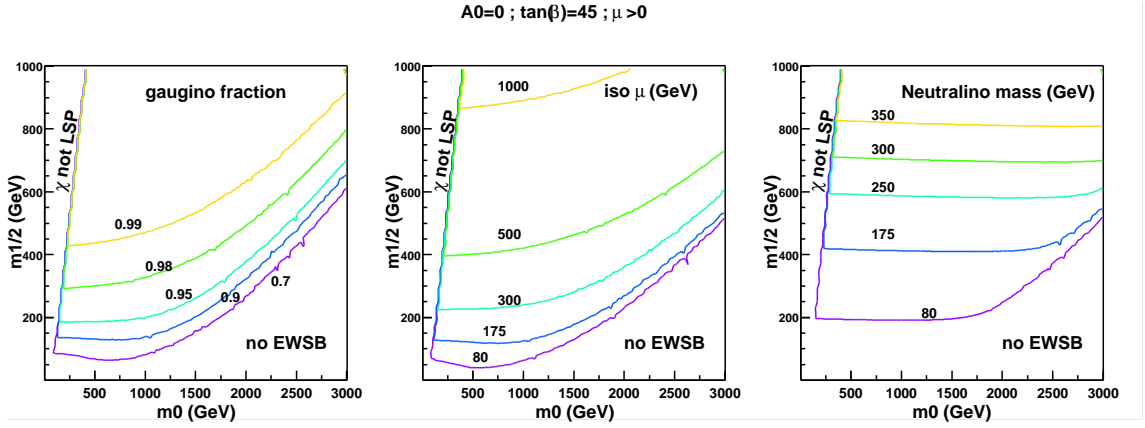
Ceci paraît séduisant, mais la minimisation de potentiel doit se faire on l'a vu avec les corrections à une boucle dans le potentiel. Or ces corrections dépendent fortement de m_t [69]. De plus la minimisation doit se faire à l'échelle $Q_{EWSB} \sim \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$ différent de Q_F a priori et ce d'autant plus que m_0 est grand. Donc, même s'il existe des valeurs du couple (m_t, m_0) pour lesquels $Q_F = Q_{EWSB}$, pour une valeur de m_t donnée il subsiste une dépendance en m_0 de $m_{H_2}^2|_{Q_{EWSB}}$. Néanmoins, qualitativement l'effet existe et la sensibilité en m_0 n'est pas aïgue. Bien que les arguments de naturalité soient quelques peu subjectifs, on peut donc considérer (et constater dans la littérature) qu'une forme de tabou sur les grandes valeurs de m_0 a été levée nous autorisant à scanner jusqu'à des grandes valeurs de $m_0 \lesssim$ (quelques TeV).

Le lecteur trouvera la discussion complète du "focus point" dans [109].

On peut remarquer que ce phénomène n'est en fait pas spécifique à mSugra et que tout modèle avec ou sans unification des masses de jauginos et avec des conditions initiales sur les scalaires de la forme [109]

$$(m_{H_u}^2, m_{U_3}^2, m_{Q_3}^2, m_{D_3}^2, m_{H_d}^2) \propto (1, 1+x, 1-x, 1+x-x', 1+x'), \quad (3.136)$$

où x et x' sont arbitraires, possède aussi une échelle de focalisation.

FIG. 3.11 – a) Fraction de gaugino du neutralino, b) iso- μ et c) iso-masse du neutralino.

Deux types de neutralinos dans les modèles mSugra :

- Pour $m_0 \lesssim 1000$ GeV, les RGE conduisent à
 $M_1|_{Q_{EWSB}} \simeq 0.41 M_1|_{GUT} = 0.41 m_{1/2} \ll |\mu|_{Q_{EWSB}}$ et
 $M_2|_{Q_{EWSB}} \simeq 0.83 M_1|_{GUT} = 0.83 m_{1/2} \ll |\mu|_{Q_{EWSB}}$, ce qui implique un neutralino très fortement bino.
- Pour $m_0 \gtrsim 1000$ GeV, en raison de l'effet focus point $|m_{H_2}^2(Q_{EWSB})|$ diminue (n'oublions pas que nous sommes dans des valeurs négatives de $m_{H_2}^2$ (cf section 3.2.5 et figure 3.10) et que $Q_{EWSB} > Q_F$ donc $m_{H_2}^2|_{Q_{EWSB}}$ est moins négatif quand m_0 augmente) donc $|\mu(Q_{EWSB})|$ diminue et la fraction de higgsino du neutralino augmente,
 $M_1|_{Q_{EWSB}} \sim \mu|_{Q_{EWSB}}$.

Toutes ces caractéristiques sont illustrées figure 3.11 où sont représentées les iso fraction de gaugino en a), les iso valeurs de μ en b) et les iso masses du neutralino en c) sur lesquelles on voit nettement qu'à petit m_0 , $M_\chi = M_1 \simeq 0.41 m_{1/2}$ et qu'à grand m_0 les profils des iso- μ entrent en jeu.

Par ailleurs, sur la figure 3.11, la zone “ χ not LSP” correspond à une région à petite valeur de m_0 où $m_{\tilde{\tau}_1} < M_\chi$. Ceci se comprend d'après le running des masses soft des sleptons (équations 3.34 et 3.41) qui ne dépend pas du couplage $SU(3)$ et qui sont donc plus faibles que celles des squarks à petit m_0 . De plus la grande masse du tau favorise le splitting et une petite valeur pour $m_{\tilde{\tau}_1}$.

La région “no EWSB” signifie que la brisure électrofaible radiative dans cette zone ne peut être réalisée. En augmentant m_0 et donc en diminuant μ on arrive à la valeur critique $\mu = 0$.

Nous allons d'abord étudier un plan $(m_0, m_{1/2})$ “fil rouge” avec les paramètres $A_0 = 0$, $\tan \beta = 45$, $\mu > 0$ fixés, puis nous verrons les conséquences des variations de ces paramètres ainsi que de Q_{EWSB} et m_t . Enfin nous comparerons les sensibilités expérimentales de détection directe et indirecte (neutrino) avec une large palette de modèles mSugra.

3.5.2 Rapport de branchement d'annihilation

Les principaux canaux d'annihilation au repos du neutralino ont été montrés figure 3.3. Dans mSugra on peut distinguer différentes régions de rapport de branchement d'annihilation dans le plan $(m_0, m_{1/2})$, pour presque toutes les valeurs de $\tan \beta (\geq 5)$ (voir figure 3.12)

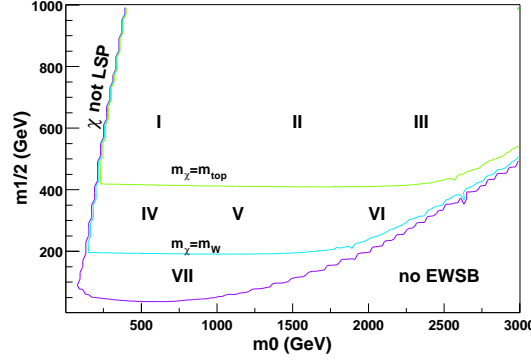


FIG. 3.12 – Typical regions of neutralino annihilation.

Au dessus du seuil du top: i.e. $m_\chi \gtrsim m_{\text{top}} \Leftrightarrow m_{1/2} \gtrsim 400$ GeV ou légèrement plus dans la région mixte higgsino.

Région I: pour les petites valeurs de m_0 ($< 500\text{--}1000$ GeV), le neutralino est presque purement bino. Malgré une fraction de higgsino très faible, l'annihilation via échange de Z dont l'amplitude est proportionnelle à la masse du fermion, est importante dans le canal du top $\chi\chi \xrightarrow{Z} t\bar{t} \propto (m_t m_\chi / m_Z^2)^2 N_{3(4)}^2$. Une autre annihilation potentiellement importante est $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$, dont l'amplitude $|A_{bb}^A| \propto \frac{\tan \beta m_b}{m_W} (\frac{m_\chi}{m_A})^2 N_1 N_{3(4)}$ est fortement augmentée pour les grandes valeurs de $\tan \beta$, en raison de la dépendance explicite mais aussi du fait que m_A diminue quand $\tan \beta$ augmente. Dans cette région le rapport $|A_{tt}^Z / A_{bb}^A|$ diminue de $\sim 20\text{--}50$ pour $\tan \beta = 10$ à $\sim 2\text{--}5$ pour $\tan \beta = 45$. Même en prenant en compte le facteur de phase $t\bar{t}$ (~ 0.7) et les autres processus $b\bar{b}$ sous-dominants, la domination du $b\bar{b}$ sur la figure 3.13 et plus encore sur la figure 3.19 nécessite une clarification. La seule possibilité d'explication est de se rappeler du signe opposé des amplitudes $\chi\chi \xrightarrow{Z} t\bar{t}$ et $\chi\chi \xrightarrow{\tilde{t}} t\bar{t}$ qui conduit à une annulation à condition que leurs ordres de grandeurs soient semblables, ce que nous avons vérifié analytiquement. Le contraire se passe pour l'annihilation en $b\bar{b}$: les échanges de Z , A et sbottom s'additionnent tous, et à partir du comportement de l'amplitude non négligeable A_{bb}^A , on s'attend à une section efficace d'annihilation $\sigma_{\chi-\chi}^A$ importante dans la région I pour des grandes valeurs de $\tan \beta$.

Région II: quand m_0 augmente ($< 1500\text{--}2000$ GeV), m_A augmente et, pour des valeurs intermédiaires de $\tan \beta$, l'amplitude $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ diminue. Comme les masses des sfermions augmente aussi, le canal $\chi\chi \xrightarrow{\tilde{t}} t\bar{t}$ n'annule plus le canal $\chi\chi \xrightarrow{Z} t\bar{t}$ qui devient le processus dominant. Cependant pour des grandes valeurs de $\tan \beta$, $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ est favorisé et reste dominant. Globalement, comme les masses de tous les scalaires ont été augmentées par m_0 , et que la fraction de higgsino est toujours petite, la section efficace d'annihilation $\sigma_{\chi-\chi}^A$ est plus petite que dans la région I.

Région III: en augmentant encore m_0 ($> 2000\text{--}2500$ GeV), quelle que soit la valeur de $\tan \beta \gtrsim 5$, on approche finalement de la région mixte higgsino-bino. L'amplitude du canal $\chi\chi \xrightarrow{Z} t\bar{t}$, $A_{tt}^Z \propto (\frac{m_t m_\chi}{m_Z^2}) N_{3(4)}^2$, domine alors tous les autres processus qui sont supprimés par l'augmentation de toutes les masses des scalaires. Il en résulte une région $t\bar{t}$ parallèle aux iso fractions de higgsino élevées. La valeur de m_0 séparant cette région de la précédente dominée par $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ dépend de $\tan \beta$. Au bout du compte, la section efficace d'annihilation du neutralino $\sigma_{\chi-\chi}^A$ est fortement augmentée par l'échange de Z près de la

frontière no-EWSB où la brisure électrofaible n'est plus réalisée.

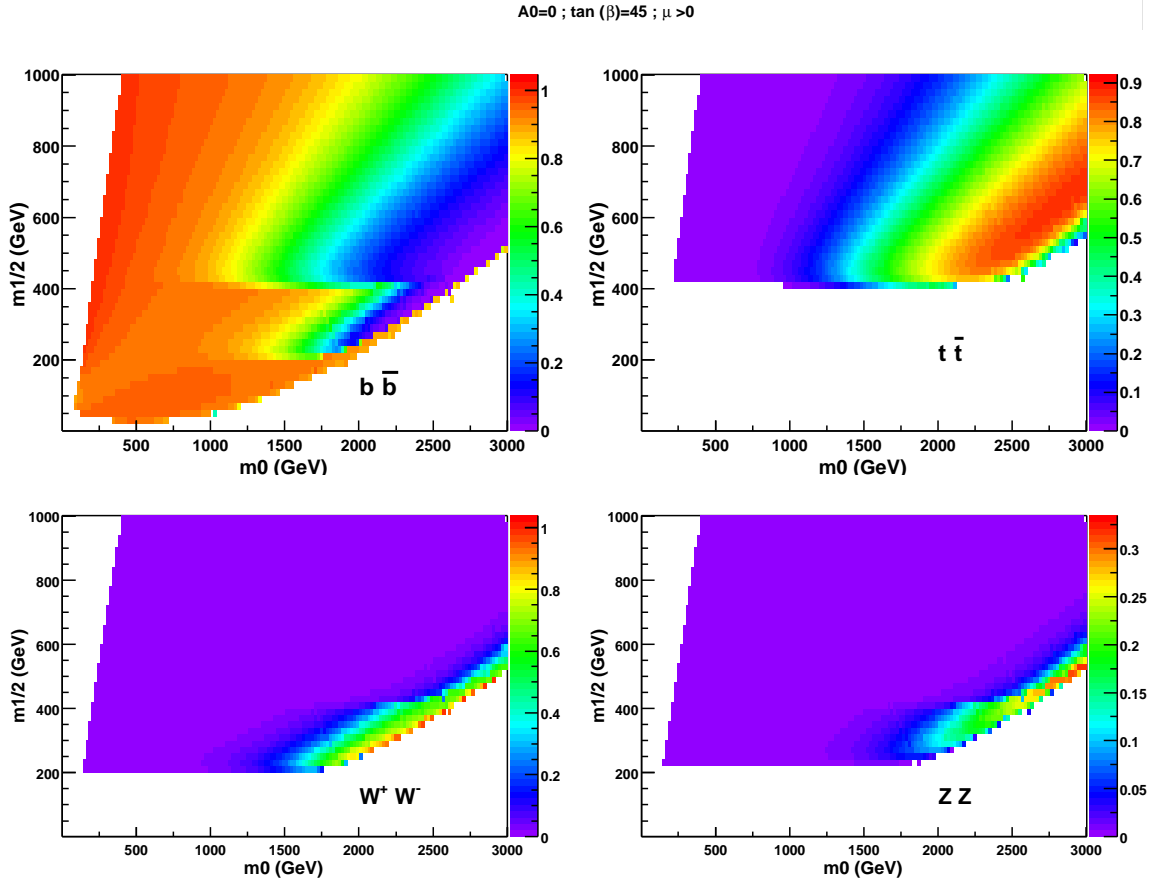


FIG. 3.13 – Les rapports de branchement dominant dans l'annihilation du neutralino dans le plan $(m_0, m_{1/2})$.

Entre le seuil du top et de W/Z :

Région IV : comme $m_\chi < m_{top}$, le neutralino s'annihile presque uniquement en $b\bar{b}$.

Même si le canal $\chi\chi \xrightarrow{\tilde{b}} b\bar{b}$ existe, l'amplitude $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ est dominante.

Région V : en augmentant m_0 (et m_A), $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ reste dominant et ce processus est toujours assez efficace pour les grandes valeurs de $\tan\beta$. Pour les valeurs intermédiaires de $\tan\beta$, $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ et $\chi\chi \xrightarrow{Z} b\bar{b}$ surviennent mais leurs amplitudes sont petites et l'annihilation totale $\sigma_{\chi-\chi}^A$ n'est pas efficace.

Région VI : augmenter encore m_0 handicape l'échange de scalaire, mais même petite, la fraction de higgsino permet à $\chi\chi \xrightarrow{\tilde{X}_i^+} W^+W^-$ et $\chi\chi \xrightarrow{\tilde{X}_i} ZZ$ de dominer et augmente la section efficace d'annihilation totale $\sigma_{\chi-\chi}^A$. A nouveau, la valeur de m_0 délimitant le frontière avec la région V dépend de $\tan\beta$ (via m_A).

Sous le seuil W/Z :

Région VII : le processus dominant est $\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$ via échange de A et/ou Z , selon les valeurs de m_0 , $\tan\beta$ et de la fraction de higgsino. Cette analyse est illustrée sur les figures 3.13 et 3.19 qui montrent les quatre rapports de branchement les plus importants pour $\tan\beta = 45$ et 10 (le processus $\chi\chi \xrightarrow{A} \tau\bar{\tau}$ se comporte comme $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ mais avec une amplitude plus faible en raison du rapport m_τ/m_b).

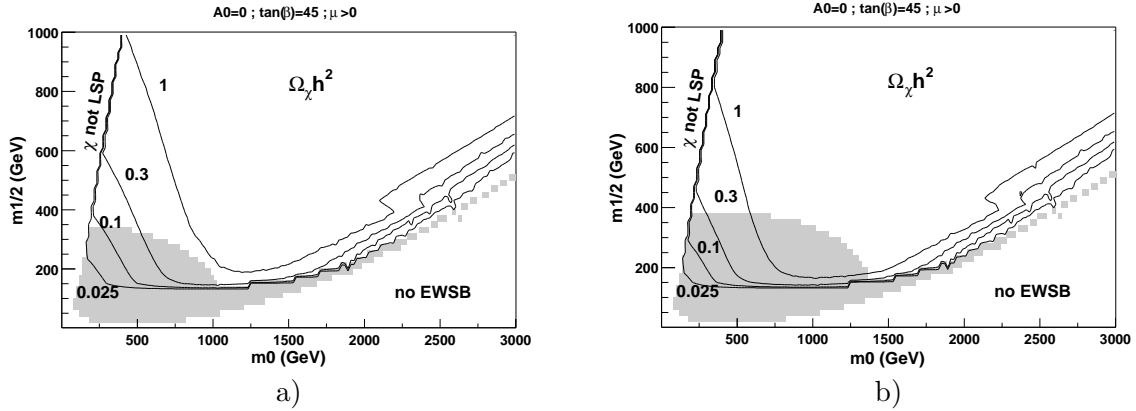


FIG. 3.14 – Densité relicue du neutralino dans le plan $(m_0, m_{1/2})$. Les surfaces grisées indiquent les modèles exclus par les contraintes accélérateurs (fin de la section 3.2.7). a) $m_b = m_b^{pole}$; b) $m_b = m_b^{run}$

Elle permet une compréhension qualitative du comportement de la densité relicue dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ (figure 3.14). L’annihilation est efficace pour les petites valeurs de m_0 (selon la valeur de $\tan\beta$) et pour un neutralino mixte le long de la frontière de non brisure radiative électrofaible no-EWSB. La région à petit m_0 dépend directement du couplage de Yukawa du quark b (d’après le raisonnement ci-dessus et la section 3.3.2) et donc de la masse m_b utilisée. On trouvera sur la figure 3.14 a) les résultats de la densité relicue $\Omega_\chi h^2$ calculée pour $m_b = m_b^{pole}$ et en b) pour $m_b = m_b^{run}$. Cela donne la forme en “V” (ou “U”) du profil de la densité relicue pour les grandes (ou petites) valeurs de $\tan\beta$. D’après les valeurs actuelles des paramètres cosmologiques, nous prenons le neutralino comme un candidat intéressant de matière noire froide si $0.025 \lesssim \Omega h^2 \lesssim 0.3$, même si la borne inférieure n’est pas très stricte [104]. La figure 3.14 montre aussi dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ la région exclue par les contraintes expérimentales (voir fin de la section 3.2.7). Dans la figure 3.14, la branche grise à grand m_0 est exclue par la limite sur la masse du chargino; elle mord directement sur la région intéressante pour les télescopes à neutrinos. Les exclusions à petit m_0 et $m_{1/2}$ venant des limites sur la masse du Higgs et du rapport de branchement $b \rightarrow s\gamma$ sont moins contraignantes car elles sont, comme nous allons le voir, hors d’accès de la détection indirecte par des télescopes à neutrinos.

Dans mSugra, les coannihilations $\chi_i \chi_j^+$ and $\chi_i \chi_j$ (incluses dans Darsusy) interviennent seulement dans la région mixte, diminuant encore la densité relicue. La coannihilation $\chi \tilde{\tau}$ peut avoir lieu pour des petites valeurs de $\tan\beta$, pour lesquelles il n’y a pas de région mixte. La coannihilation $\chi \tilde{t}$ [110, 77, 111] intervient pour des grandes valeurs de A_0 . Dans les deux cas, les coannihilations avec les sfermions (absentes dans Darksusy) sont importantes pour baisser la densité relicue dans les régions à grand m_χ , qui nous le verrons sont hors de portée de la détection indirecte en neutrinos. La prise en compte de ces coannihilations ne changerait pas nos conclusions.

3.5.3 Section efficace neutralino-proton.

Capture :

Pour la Terre, les interactions scalaires dominent. En augmentant m_0 depuis les valeurs basses, on augmente les masses des scalaires, aussi les échange de sfermions et H com-

mentent par diminuer. Puis la section efficace réaugmente quand on approche de la région mixte higgsino (voir figure 3.15a) en raison des couplages plus importants.

Pour le Soleil, le spin de l'hydrogène permet les interactions axiales, qui sont plus importantes en raison du couplage au Z . Ce couplage (voir 3.116) dépend fortement de la fraction de higgsino et il est indépendant de $\tan\beta$, aussi la section efficace suit les iso courbes de fraction de higgsino comme on peut le voir en comparant les figures 3.15b et 3.11. Comme prévu, d'après la hiérarchie entre les masses du Soleil et de la Terre et entre

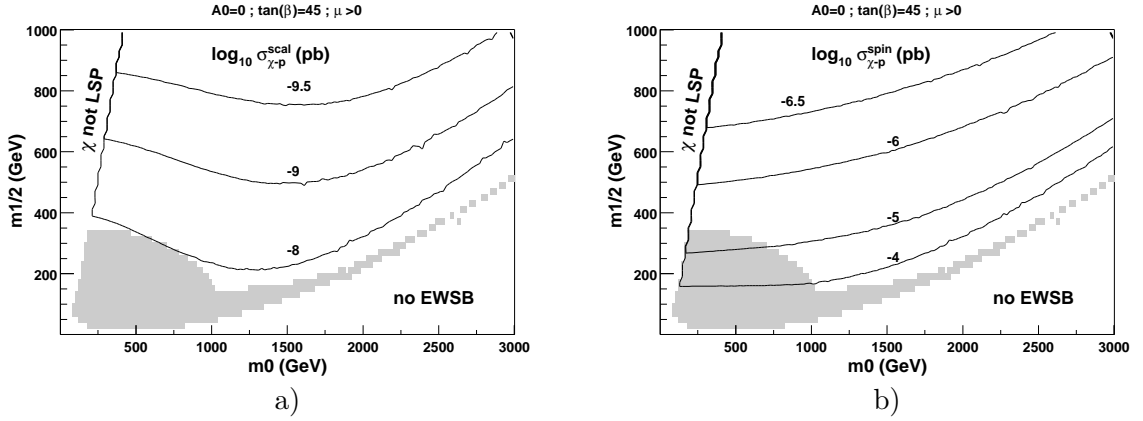


FIG. 3.15 – Sections efficaces de diffusion élastiques neutralino-proton en pb (a) scalaire $\sigma_{\chi-p}^{scal}$ et (b) axiale $\sigma_{\chi-p}^{spin}$.

$\sigma_{\chi-p}^{scal}$ et $\sigma_{\chi-p}^{spin}$ la collection de neutralinos sera bien plus efficace dans le Soleil que dans la Terre.

Détection directe :

La section efficace du neutralino sur le noyau d'un détecteur dépend aussi de $\sigma_{\chi-p}^{scal}$ et $\sigma_{\chi-p}^{spin}$, du spin du noyau et du nombre de masse du noyau A . On voit donc typiquement dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ que les limites sur $\sigma_{\chi-p}^{scal}$ seront meilleures dans des modèles avec scalaires légers (petites valeurs de m_0) ou avec neutralino mixte (grand m_0). Les limites sur $\sigma_{\chi-p}^{spin}$ seront d'autant plus sévères que la fraction de higgsino est grande autour de la frontière no-EWSB.

Nous comparerons explicitement les sensibilités des télescopes à neutrinos et des expériences de détection directe avec les modèles en section 3.5.6. Nous rappelons quand même avant de voir les prédictions des modèles sur les flux que l'ordre de grandeur de la sensibilité d'Antares est de $10^3 \mu \text{ km}^{-2} \text{ an}^{-1}$ (section 3.3.5, figure 3.9) et que celle d'un télescope d'un km^3 (Antares II, Icecube) autour de $10^2 \mu \text{ km}^{-2} \text{ an}^{-1}$.

3.5.4 Flux de neutrinos et de muons

Pour le Soleil, les neutralinos n'atteignent pas complètement l'équilibre dans tout le plan $(m_0, m_{1/2})$ étudié. Ceci contraste avec les résultats de la ref[112] dont les calculs sont basés sur Neutdriver [75] et un code RGE différent qui conduit probablement à un (pseudo-)scalaire plus léger et une valeur de μ plus petite [81]. Nous trouvons que l'annihilation de neutralino est en moyenne moins efficace (comme en atteste notre plus petite région avec une densité relique acceptable), ce qui se répercute par un facteur de remplissage

$\sqrt{CC_A}t_\odot$ 10 à 100 plus petit. L'effet sur les flux de $\nu(\mu)$ est faible pour les grandes valeurs de m_0 ou les petites valeurs de $m_{1/2} < 600$ GeV, puisque l'équilibre est tout de même atteint et que les flux suivent essentiellement les courbes des iso-fractions de higgsino et de section élastique dépendante de spin $\sigma_{\chi-p}^{spin}$ (figures 3.11a et 3.15). Par contre pour les petits m_0 , les flux à l'équilibre baisseraient avec m_0 et C , mais le faible taux de capture empêche l'équilibre (*e.g.* $\sqrt{CC_A}t_\odot \sim 1$ pour $m_0 = 500$, $m_{1/2} = 800$) et Γ_A sent l'influence de l'augmentation de la section efficace d'annihilation. Cet effet est plus marqué pour des grandes valeurs de $m_{1/2}$ où le neutralino est plus lourd et plus bino, et où la capture est plus faible. Cet effet est aussi plus fort quand $\tan\beta$ (et donc $\sigma_{\chi-\chi}^A$) est plus petit, puisque le non équilibre rend les flux de $\nu(\mu)$ sensibles à $\sigma_{\chi-\chi}^A$, les seuils des W et top étant alors plus manifestes. Les flux de $\nu(\mu)$ sont représentés sur la figure 3.16. La région "focus point" donne des flux de l'ordre de grandeurs des sensibilités expérimentales des télescopes à neutrinos en préparation.

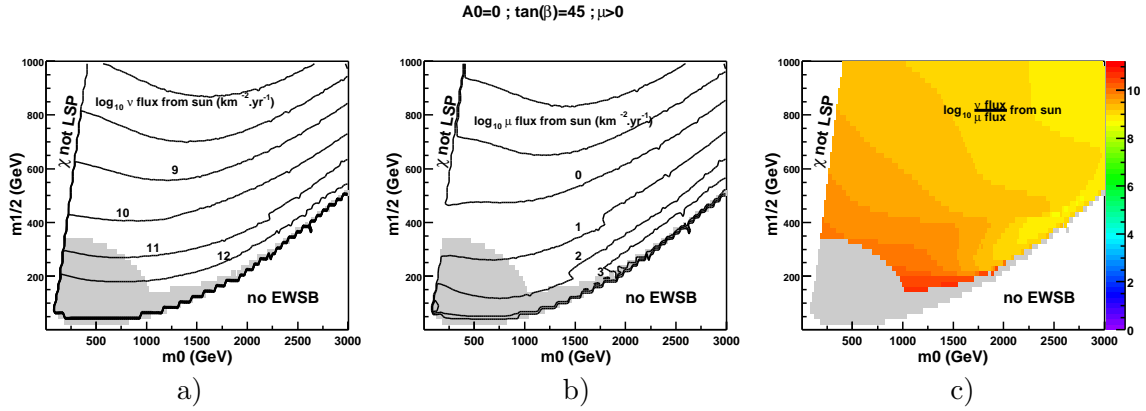


FIG. 3.16 – Flux de neutrinos provenant du Soleil (a), flux de muons correspondants avec un seuil de $E_\mu > 5$ GeV (b) et leur rapport (c).

Pour la Terre, les neutralinos ne sont pas à l'équilibre. Les flux de neutrinos dépendent donc de C^2 ($\sigma_{\chi-p}^{scal}$) et de l'annihilation, conduisant à une augmentation dans les régions à petites et grandes valeurs de m_0 où les flux sont boostés par l'annihilation (figure 3.15 a) and 3.17). Bien que le rayon de la Terre soit nettement plus petit que la distance Terre-Soleil, comme $M_\oplus < M_\odot$ et $\sigma_{\chi-p}^{scal} < \sigma_{\chi-p}^{spin}$, la capture est plus faible et l'équilibre n'est pas atteint, aussi les flux de $\nu(\mu)$ provenant de la Terre sont bien plus faibles que ceux provenant du Soleil et bien en deça des sensibilités expérimentales actuelles et futures.

Comparaison des flux de neutrinos et des flux de muons : le facteur de conversion $\nu \rightarrow \mu$ augmente avec $m_{1/2}$ puisque l'augmentation de m_χ génère des neutrinos plus énergétiques. Ce rapport suit aussi les régions des états finals décrits dans la section 3.5.2 ci-dessus. Ainsi, les spectres provenant de WW , ZZ et dans une moindre mesure $t\bar{t}$ sont plus énergétiques que ceux provenant de l'annihilation en $b\bar{b}$, c'est pourquoi la conversion des neutrinos en muons est plus efficace dans la région mixte bino-higgsino au dessus des seuils du W et top (voir figure 3.16 et 3.17).

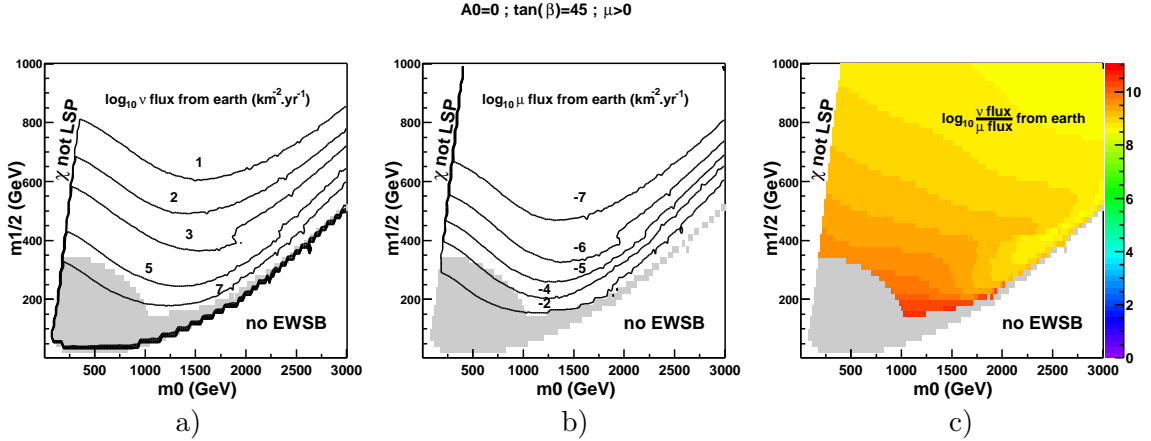


FIG. 3.17 – Flux de neutrinos provenant de la Terre (a), flux de muons correspondants avec un seuil $E_\mu > 5$ GeV (b) et leur rapport (c).

3.5.5 Variation des paramètres

Dans cette partie, nous allons discuter de la robustesse de l’image décrite précédemment en fonction des variations dans Suspect 2.002 1) des paramètres d’input mSUGra comme le signe de μ , A_0 ou $\tan\beta$, 2) des incertitudes expérimentales sur la masse du quark top et 3) des incertitudes théoriques sur l’échelle de brisure électrofaible Q_{EWSB} .

Le signe de μ : Les modèles avec $\mu < 0$ sont illustrés sur la figure 3.28 à comparer avec la figure 3.27 obtenue pour $\mu > 0$. La taille du bulbe gris d’exclusion sur la figure 3.28 vient du fait que les limites sur le rapport de branchement $b \rightarrow s\gamma$ et la contribution supersymétrique $a_\mu^{SU\bar{S}Y}$ au $(g-2)$ du muon sont bien plus sévères sur les modèles avec $\mu < 0$. De plus quand μ est négatif, dans la matrices de masses des staus, les termes non diagonaux (équations 3.83 et 3.86) en A_τ et μ s’additionnent au lieu de se soustraire ce qui conduit à plus de splitting et donc une plus grande zone où le $\tilde{\tau}_1$ est la LSP. Par ailleurs la section efficace de collision élastique neutralino-proton indépendante de spin subit un “trou” pour les valeurs intermédiaires et grandes de m_0 ($\gtrsim 1500$ GeV) en raison d’une suppression entre les contributions des quarks de type up et celles des quarks de type down [113]. Cette suppression n’a pas lieu pour la section efficace de collision élastique neutralino-proton dépendante de spin. Aussi les performances de la détection directe sont très atteintes et bien moins performantes pour ces valeurs de m_0 . A grand m_0 , les flux de $\nu(\mu)$ sont toujours élevés grâce à la fraction de higgsino et la détection indirecte reste efficace dans cette zone “focus point”.

A_0 : Varier A_0 loin de 0 ne change pas beaucoup notre analyse. Les régions des rapport de branchement d’annihilation ainsi que la frontière et la pente no-EWSB peuvent être légèrement déplacées. Pour des valeurs modérées de $\tan\beta \sim 20$, d’assez grandes et négatives valeurs de A_0 (eg -800 GeV) peuvent augmenter le canal d’annihilation en $\tau^+\tau^-$ le long de la région $\tilde{\tau}$ LSP (i.e. petit m_0) en raison du splitting dans la matrice de masses des $\tilde{\tau}$. Pour de telles valeurs, la coannihilation $\tilde{\tau}\chi$ [114] pourrait affecter la densité relic, mais dans cette région, les flux de neutrinos sont de toute façon trop bas pour être détectés (voir figure 3.18). La même chose se passe avec le canal $t\bar{t}$ pour $400 < m_{1/2} < 600$ et $m_0 < 700$ ($\sim |A_0|$). La coannihilation $\tilde{t}\chi$ [110, 77, 111] peut aussi entrer en jeu pour $A_0 \sim -2000$ GeV, mais la région intéressante usuelle de densité relic est réduite (en raison de masses carrées négatives survenant dans les matrices de masses des sfermions à petit m_0 et parce que la région mixte est repoussée à de plus grandes

valeurs de m_0). De plus, cette région de coannihilation produit des flux de neutrinos en provenance du Soleil de l'ordre de $10^{-1} \mu \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$, trop faibles pour être détectés. Suivant les valeurs courantes des paramètres cosmologiques, la figure 3.18a montre les modèles avec $0.03 < \Omega_\chi h^2 < 0.3$ dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ pour plusieurs valeurs de A_0 , ainsi que les modèles donnant des flux de μ en provenance du Soleil plus grand que $10^2 \mu \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ (b) (\sim Antares) et $10^3 \mu \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ (c) (\sim Icecube). Ces modèles (b et c) sont confinés dans la région mixte higgsino-bino. De plus, seuls les modèles avec $m_W < m_\chi < m_t$ donnant un spectre hard de neutrinos via $\chi\chi \xrightarrow{\chi_i^+} W^+W^-$ et $\chi\chi \xrightarrow{\chi_i} ZZ$ peuvent simultanément satisfaire $0.1 < \Omega_\chi h^2 < 0.3$, et conduire à des flux de muons élevés.

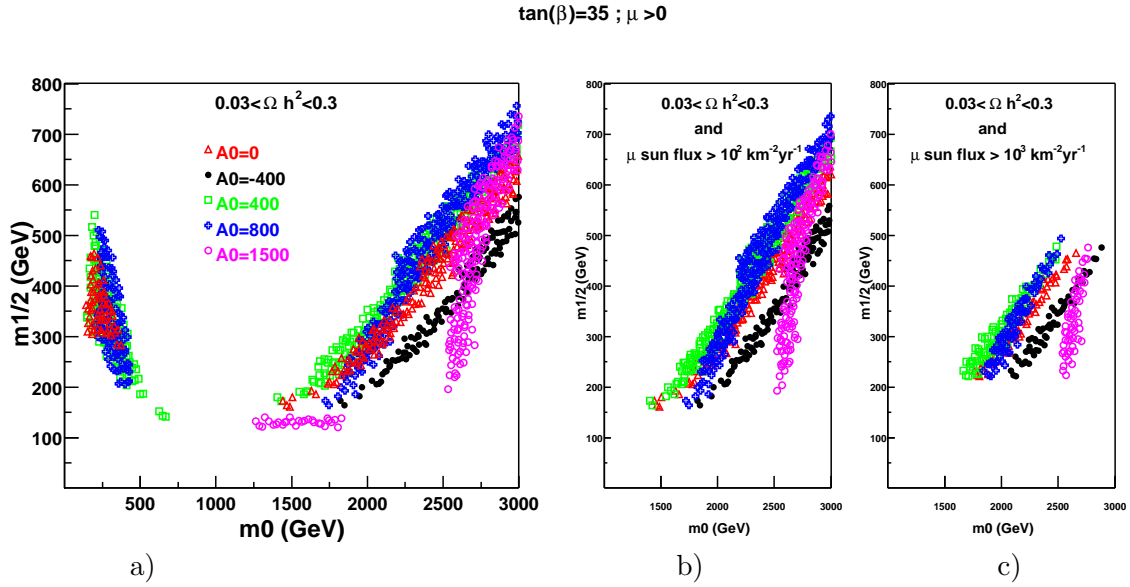
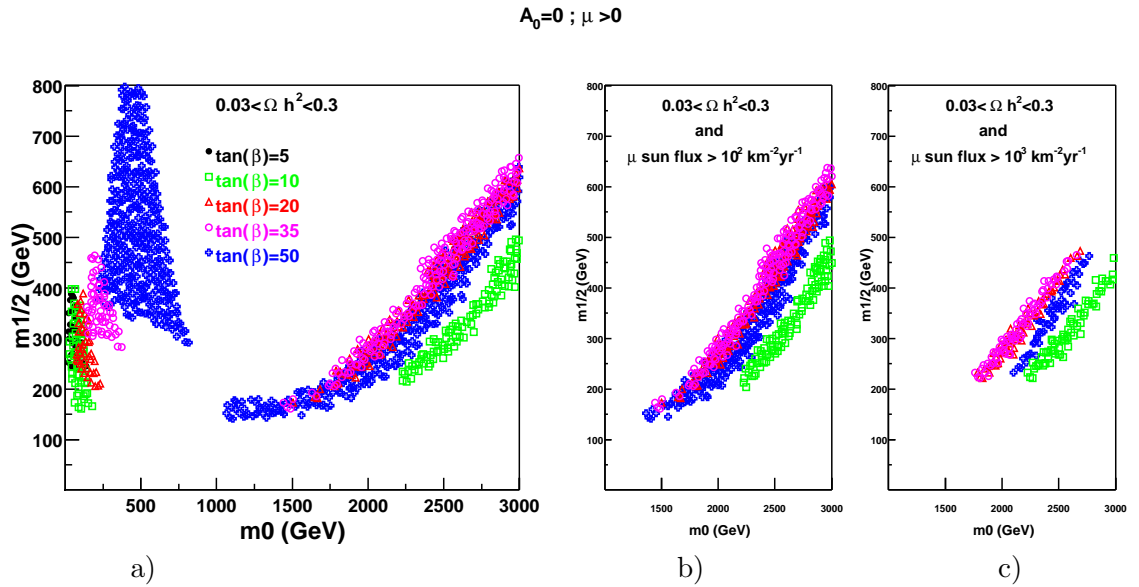
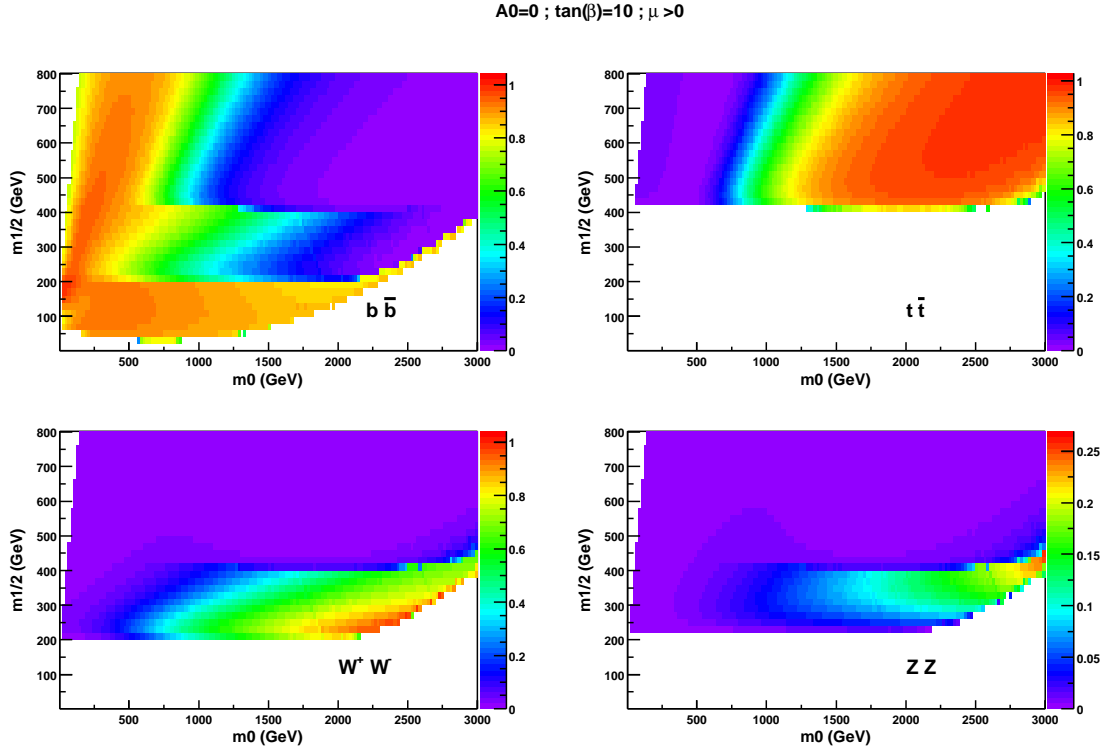


FIG. 3.18 – a) Modèles favorisés cosmologiquement pour différentes valeurs de A_0 dans le plan $(m_0, m_{1/2})$; sous ensemble de ces modèles générant un flux de μ provenant du Soleil plus grand que b) $10^2 \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$; c) $10^3 \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$.

$\tan \beta$: L'image des rapports de branchement ne change pas qualitativement pour des valeurs différentes de $\tan \beta$. Des petites valeurs de $\tan \beta$ peuvent ajouter une région $\chi\chi \rightarrow t\bar{t}$ petit m_0 et ouvrir une région de coannihilation $\tilde{\tau}\chi$ [114] le long de la zone $\tilde{\tau}$ LSP, mais les flux de μ sont trop faibles et de telles valeurs de $\tan \beta$ réduisent la région avec neutralino mixte qui est la plus intéressante pour la détection indirecte. Comme discuté précédemment, les frontières des régions des rapports de branchement se déplacent avec $\tan \beta$ (comparer les figures 3.19 et 3.13). Quand $\tan \beta$ augmente, la région motivée cosmologiquement est plus vaste en raison de l'augmentation de l'annihilation via échange de A (régions I/II and IV/V). Si on applique les bornes conservatives $0.03 < \Omega_\chi h^2 < 0.3$, toutes les valeurs de $\tan \beta$ fournissent des modèles intéressants pour la détection indirecte en neutrinos (see figure 3.20). Pour de trop grandes valeurs de $\tan \beta$, la région $b\bar{b}$ s'étend et conduit à un spectre de neutrinos soft. Dans ce cas il devient plus difficile de concilier des limites plus serrées sur la densité relique et des flux de l'ordre des sensibilités actuelles. Des valeurs de $\tan \beta \sim 10 \rightarrow 35$ donnent le plus de modèles satisfaisant une densité relique $0.1 < \Omega_\chi h^2 < 0.3$ et des flux de ν/μ élevés.



L'échelle EWSB : Nous avons discuté de la valeur Q_{EWSB} en section 3.2.5. Varier Q_{EWSB} aux environs de $\sim \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$ donne des indications sur les incertitudes théoriques

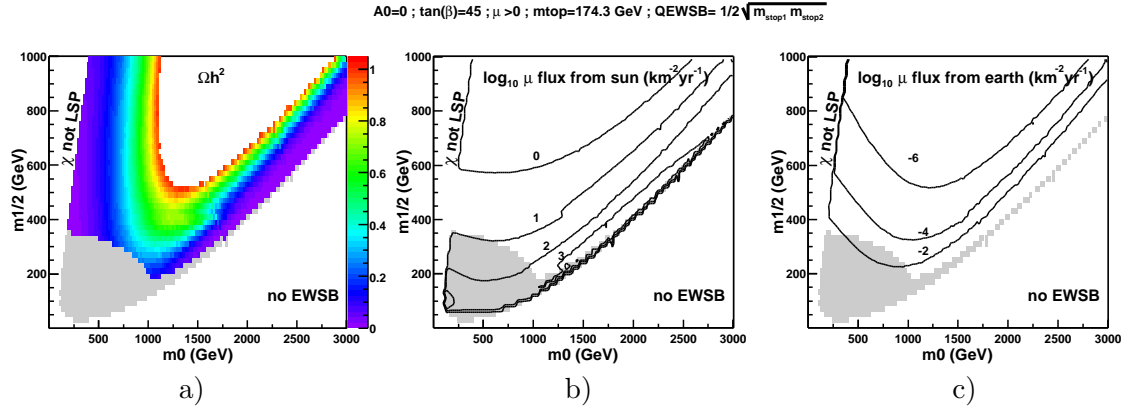


FIG. 3.21 – *a*) Densité relique, flux de μ provenant du Soleil (*b*) et de la Terre (*c*) dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ pour $Q_{EWSB} = \frac{1}{2} \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$ et $m_t = 174.3$ GeV.

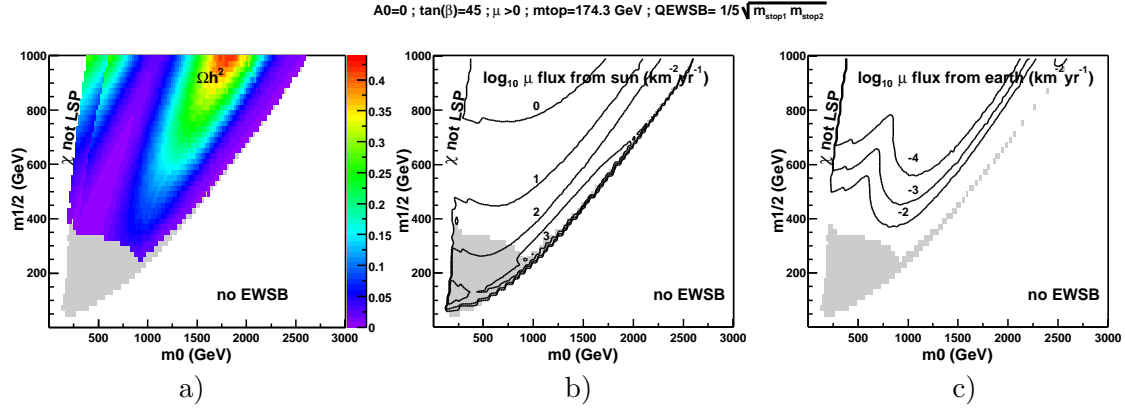


FIG. 3.22 – *a*) Densité relique, flux de μ provenant du Soleil (*b*) et de la Terre (*c*) dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ pour $Q_{EWSB} = \frac{1}{5} \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$ et $m_t = 174.3$ GeV.

associées à un traitement “single scale” des RGE et de la minimisation du potentiel. Quand Q_{EWSB} est baissée, l’évolution RGE amène μ à des valeurs plus basses. Ceci conduit à une région plus vaste du plan $(m_0, m_{1/2})$ où la brisure électrofaible ne peut être réalisée. Dans la région permise restante, les valeurs plus basses de μ augmentent légèrement la fraction de higgsino du neutralino et la section efficace d’annihilation, ce qui donne plus de modèles acceptables cosmologiquement. Les figures 3.21 et 3.22 montrent la densité relique et les flux de muons provenant du Soleil et de la Terre dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ pour $Q_{EWSB} = \frac{1}{2} \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$ et $\frac{1}{5} \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$. Pour $Q_{EWSB} = \frac{1}{5} \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$, on voit autour de $m_0 = m_{1/2}$ le pôle d’annihilation du canal $s \chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ qui survient habituellement pour des plus grandes valeurs de $\tan \beta \gtrsim 55$ [77]. Ceci affecte de façon significative les flux provenant de la Terre, où la capture et l’annihilation ne sont pas à l’équilibre comme visible sur la figure 3.22c. La fraction de higgsino plus élevée augmente aussi la section élastique $\sigma_{\chi-q}$, mais l’annihilation étant plus forte, cela réduit le nombre de modèles qui sont intéressants cosmologiquement ainsi qu’en terme de flux de muons provenant du Soleil (figure 3.25c). De même que précédemment, les flux de muons provenant du centre de la Terre sont bien trop faibles pour être détectés. Augmenter Q_{EWSB} conduit à l’effet inverse : des valeurs plus grandes pour $|\mu|$ et une région favorisée cosmologiquement réduite.

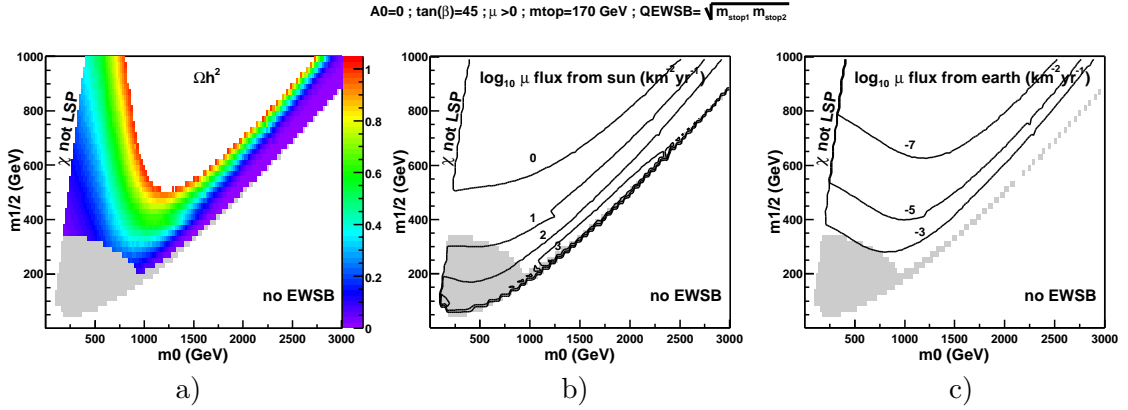


FIG. 3.23 – a) Densité relic, flux de μ provenant du Soleil (b) et de la Terre (c) dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ pour $Q_{\text{EWSB}} = \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$ and $m_t = 170$ GeV.

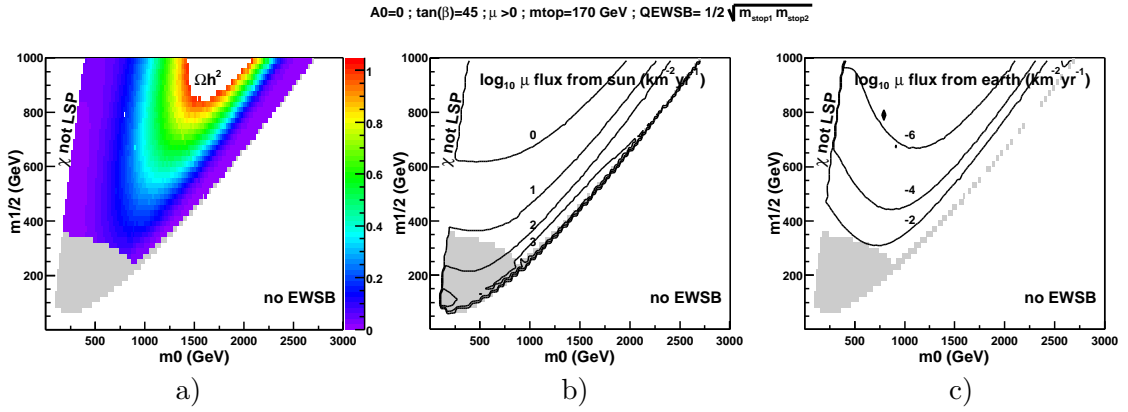


FIG. 3.24 – a) Densité relic, flux de μ provenant du Soleil (b) et de la Terre (c) dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ pour $Q_{\text{EWSB}} = \frac{1}{2} \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$ pour $m_t = 170$ GeV.

Masse du top : La valeur expérimentale actuelle est $m_t = 174.3 \pm 5.1$ GeV [85]. Jusqu'à présent, notre choix par défaut a été d'adopter la valeur centrale. Baisser m_t implique une valeur du couplage de Yukawa du top h_t plus faible (équation 3.98) donc la diminution de $m_{H_u}^2$ lors de l'évolution RGE est moins efficace et la région no-EWSB où la brisure électrofaible n'est pas réalisée est plus vaste (équation 3.53, figure 3.23 et 3.24). Néanmoins la région mixte higgsino est plus importante, favorisant l'annihilation et la capture, mais il n'y a pas de modèles *en plus* qui combinent des flux de ν/μ importants avec une densité relic acceptable (figure 3.23, 3.24 et 3.25). Augmenter la masse du top conduit au résultat opposé, qui est moins intéressant pour notre étude. On peut noter que varier Q_{EWSB} et/ou m_t autorise des neutralinos plus lourds dans l'intervalle fixé pour $\Omega_\chi h^2$.

3.5.6 Comparaison avec les sensibilités expérimentales : détection directe vs détection indirecte.

Nous avons donc vu les prédictions mSugra concernant les neutralinos en tant que candidat de matière noire froide et comment évoluaient les flux de ν/μ pour les télescopes à neutrinos en fonction des paramètres. Nous allons maintenant confronter ces

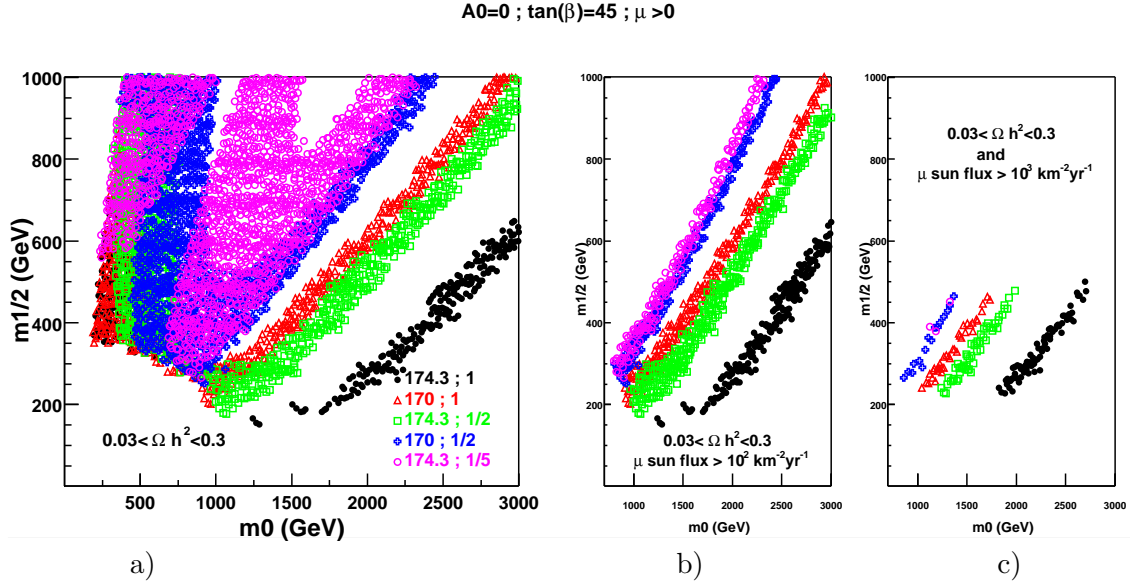


FIG. 3.25 – a) Modèles avec une densité relic favorisée pour différentes valeurs de Q_{EWSB} et de la masse du top dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ (a). Les couleurs et les symboles correspondent à différentes valeurs de m_t et Q_{EWSB} : i.e. $(170 ; 1/2)$ signifie $m_t = 170$ GeV et $Q_{EWSB} = \frac{1}{2}\sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$. Les modèles qui de plus conduisent à un flux de muons provenant du Soleil plus grand $> 10^2 \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ et $> 10^3 \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ sont montrés en b) et c).

prédictions avec les sensibilités expérimentales et comparer détections directe et indirecte. L'échantillon des modèles dont nous allons nous servir dans cette partie, hormis les plans $(m_0, m_{1/2})$ explicités, est le suivant :

- $0 < m_0 < 3000 \text{ GeV}$; $40 < m_{1/2} < 800 \text{ GeV}$; $A_0 = 0 \text{ GeV}$; $\tan \beta = 10, 50$; $\mu > 0$
- $0 < m_0 < 3000 \text{ GeV}$; $40 < m_{1/2} < 1000 \text{ GeV}$; $A_0 = -800, -400, 0, 400, 800 \text{ GeV}$; $\tan \beta = 20, 35$; $\mu > 0$
- $0 < m_0 < 3000 \text{ GeV}$; $40 < m_{1/2} < 1000 \text{ GeV}$; $A_0 = 0 \text{ GeV}$; $\tan \beta = 45$; $\mu > 0$

avec des pas de 20 GeV soit un total de 89392 modèles dont sont éliminés tous les modèles ne satisfaisant pas les exclusions théoriques et expérimentales détaillées précédemment.

Tout d'abord, si la région focus point est intéressante pour tout type de détection en raison de l'augmentation de $\sigma_{\chi-p}$ et $\sigma_{\chi-\chi}^A$, on peut se convaincre que la détection indirecte neutrino y est doublement bénéficiaire sur la figure 3.26 où le rapport $\mu \text{ flux}_\odot / \sigma_{\chi-p}$ est représenté dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ pour $A_0 = 0$; $\tan \beta = 45$; $\mu > 0$. En effet on a un gain dans les couplages (\sim idem détection directe) mais la détection indirecte bénéficie aussi du gain des spectres hard W^+W^- , ZZ , $t\bar{t}$ dans la conversion $\nu \rightarrow \mu$ et le parcours du muon.

Dans le cadre de mSugra, nous allons comparer les sensibilités des expériences de détection indirecte en neutrinos des expériences Baksan [101], Macro [100], Super-Kamiokande [102] ainsi que les prévisions pour Antares et Icecube [30] avec les limites de détection directe présentes CDMS [115] et Edelweiss [116] ainsi que les projets Edelweiss II [117] et Zeplin [118].

Icecube est l'extension prévue d'Amada [29] au pôle sud vers un télescope à neutrinos dans la glace d'un km^3 dont la fin de la construction est prévue pour janvier 2009. Edelweiss II est la suite d'Edelweiss dans le laboratoire souterrain de Modane avec un détecteur de 21 cristaux de 320 g soit environ 7 kg de Germanium annoncé aux environs de l'année

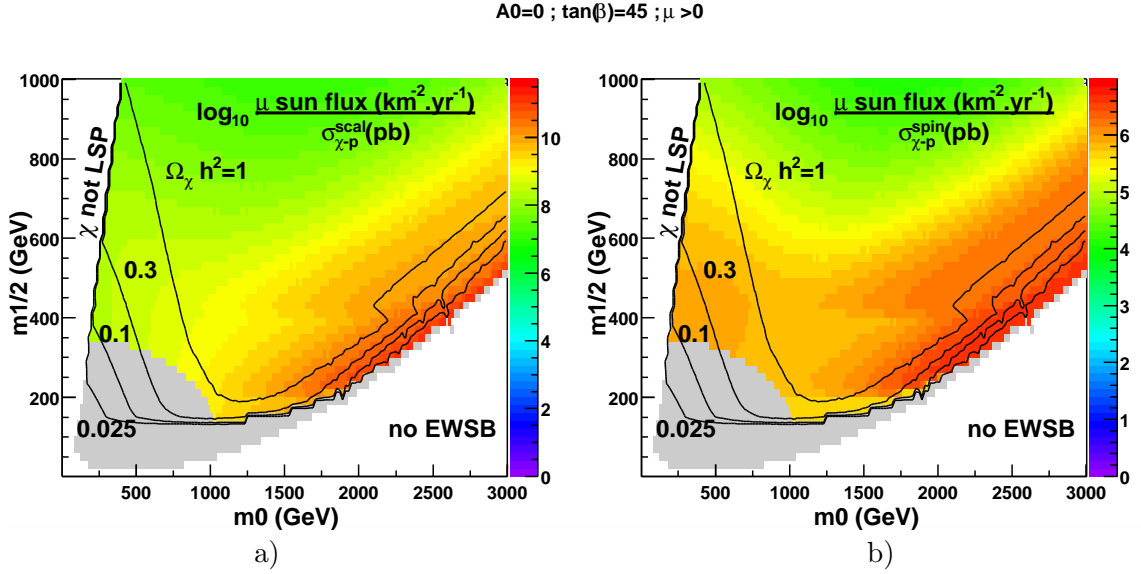


FIG. 3.26 – Comparaison entre les flux de muons provenant du Soleil et les sections efficaces de diffusion élastiques neutralino-proton : a) scalaire, b) dépendante de spin

2006. Quant à Zeplin, il s'agit du projet d'un détecteur dans la mine de Boulby au nord-est de l'Angleterre dont la configuration maximale sera de 1 tonne de Xénon, cette phase démarrant autour de 2004. Nous avons choisi ces projets ambitieux pour certains afin de se donner un ordre de grandeur des capacités et de l'apport de telles expériences. Les dates et le financement des projets étant incertains, les résultats annoncés sont à pondérer par un facteur d'incertitude temps-financement évident.

Une projection des sensibilités Antares 3 ans spectre hard, Icecube [119] ramené à 3 ans spectre hard pour les flux provenant du centre du Soleil, ainsi que Edelweis II pour 3 ans de prises de données et Zeplin configuration maximale dans notre plan typique $(m_0, m_{1/2})$ avec $\tan\beta$, $A_0 = 0$, $\mu > 0$ est proposée sur la figure 3.27. Il se confirme que la détection indirecte est performante dans la région mixte à grand m_0 et suit les iso-flux (figure 3.16), la détection indirecte se comporte bien selon $\sigma_{\chi-p}^{scal}$ (figure 3.27 et 3.15 a)). L'apport de la détection directe (Zeplin) est de pouvoir aussi mesurer les régions ayant une bonne densité relique avec un neutralino fortement bino et où l'annihilation se fait selon $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ (petites valeurs de m_0 et $m_{1/2}$) donnant des flux de μ/ν trop faibles pour la détection indirecte. Il faut cependant remarquer que ces régions sont très contraintes par l'exclusion sur les limites sur le Higgs, le rapport de branchement $b \rightarrow s\gamma$ ou la contribution SUSY au $(g-2)_\mu$ a_μ^{SUSY} et ce de façon critique en fonction de la valeur de m_b et $\tan\beta$ augmentant d'autant plus l'intérêt de la zone focus point 3.14. L'apport de Zeplin peut s'avérer néanmoins essentiel pour le corridor de coannihilation $\chi\tilde{\tau}$.

Pour la détection indirecte en neutrinos, l'ensemble des modèles générés avec $0.03 < \Omega_\chi h^2 < 1$ et satisfaisant aux contraintes accélérateurs est montré dans le plan $(m_\chi, \mu \text{ flux}_\odot)$ figure 3.29 ainsi que les sensibilités des expériences. Les modèles à densité relique du type focus point peuvent être mesurés en partie par Antares et complètement par un télescope d'un km^3 .

La représentation équivalente pour la détection directe dans le plan $(m_\chi, \sigma_{\chi-p}^{scal})$ est montrée figure 3.30. Les expériences actuelles sont insuffisantes pour tester mSugra, il est en effet difficile d'avoir $\sigma_{\chi-p}^{scal} > 10^{-8(7)} \text{ pb}$ dans mSugra avec $\tan\beta > 5$ nécessaire pour avoir les modèles de type focus point, mais le projet Edelweiss II aura des performances

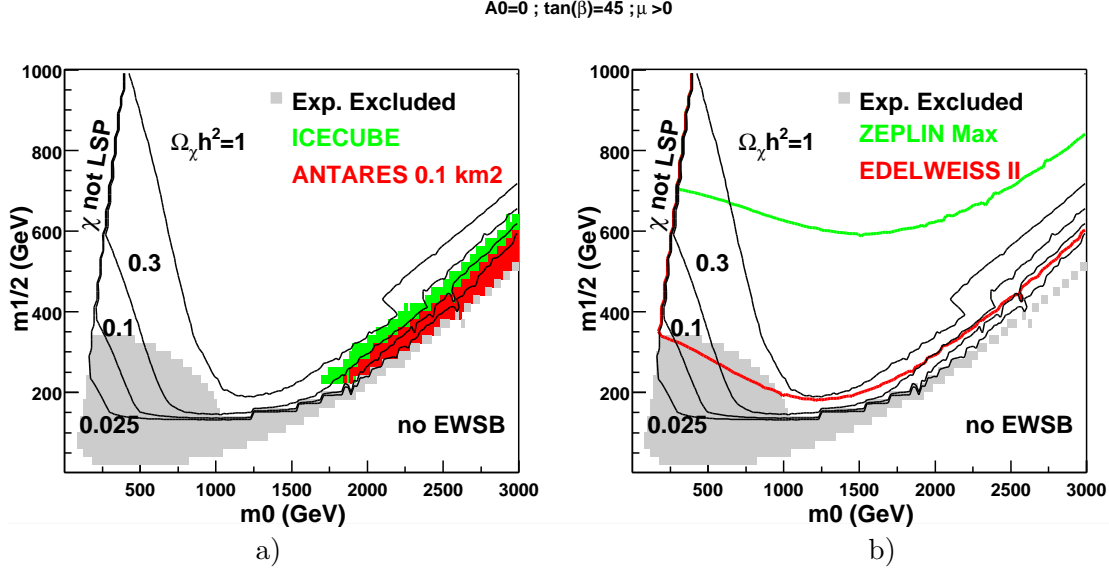


FIG. 3.27 – Sensibilités dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ a) des télescopes à neutrinos Antares et Icecube sur les flux de muons provenant du Soleil; b) des expériences de détection directe Edelweiss II et Zeplin.

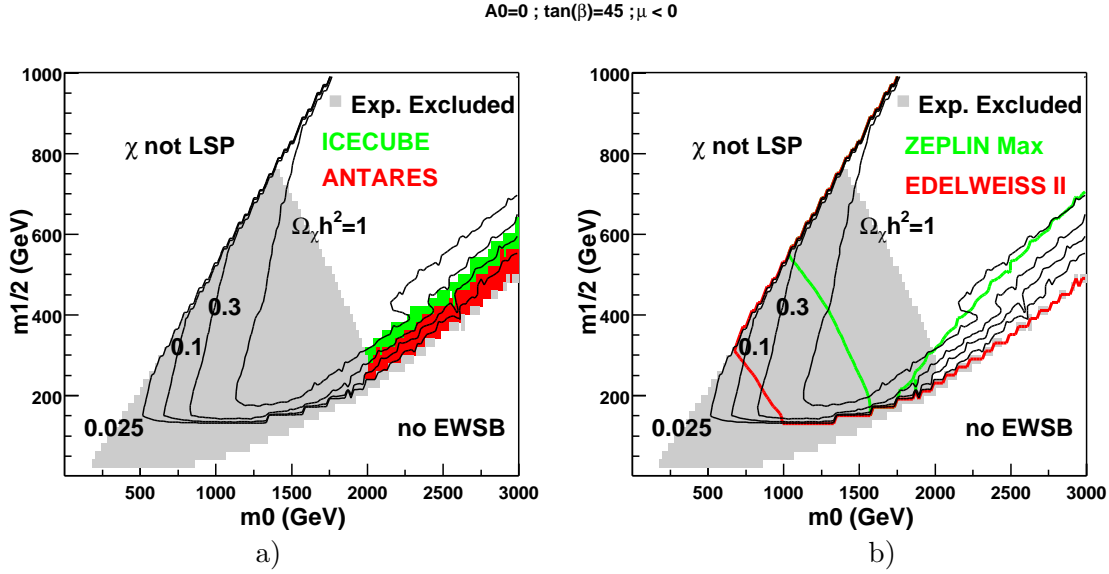


FIG. 3.28 – Idem à la figure 3.27 pour $\mu < 0$: sensibilités dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ a) des télescopes à neutrinos Antares et Icecube sur les flux de muons provenant du Soleil; b) des expériences de détection directe Edelweiss II et Zeplin.

intéressantes semblables à Antares. Zeplin sera un test probant de la matière noire froide.

Sur la figure 3.31 sont montrés en a) les modèles avec une densité relique $0.03 < \Omega_\chi h^2 < 0.3$ avec un code de couleur pour les rapports de branchement d'annihilation. Cette figure confirme l'aptitude des télescopes à mesurer les modèles avec une bonne densité relique et un spectre de neutrinos hard. En b) on trouvera les performances attendues d'Antares pour seulement un an de prise de données en comparaison des modèles sans seuil ce qui est plus conforme avec les sensibilités de Macro, Baksan et Super K indiquées

mSugra with 5 GeV threshold vs neutrino Indirect Detection

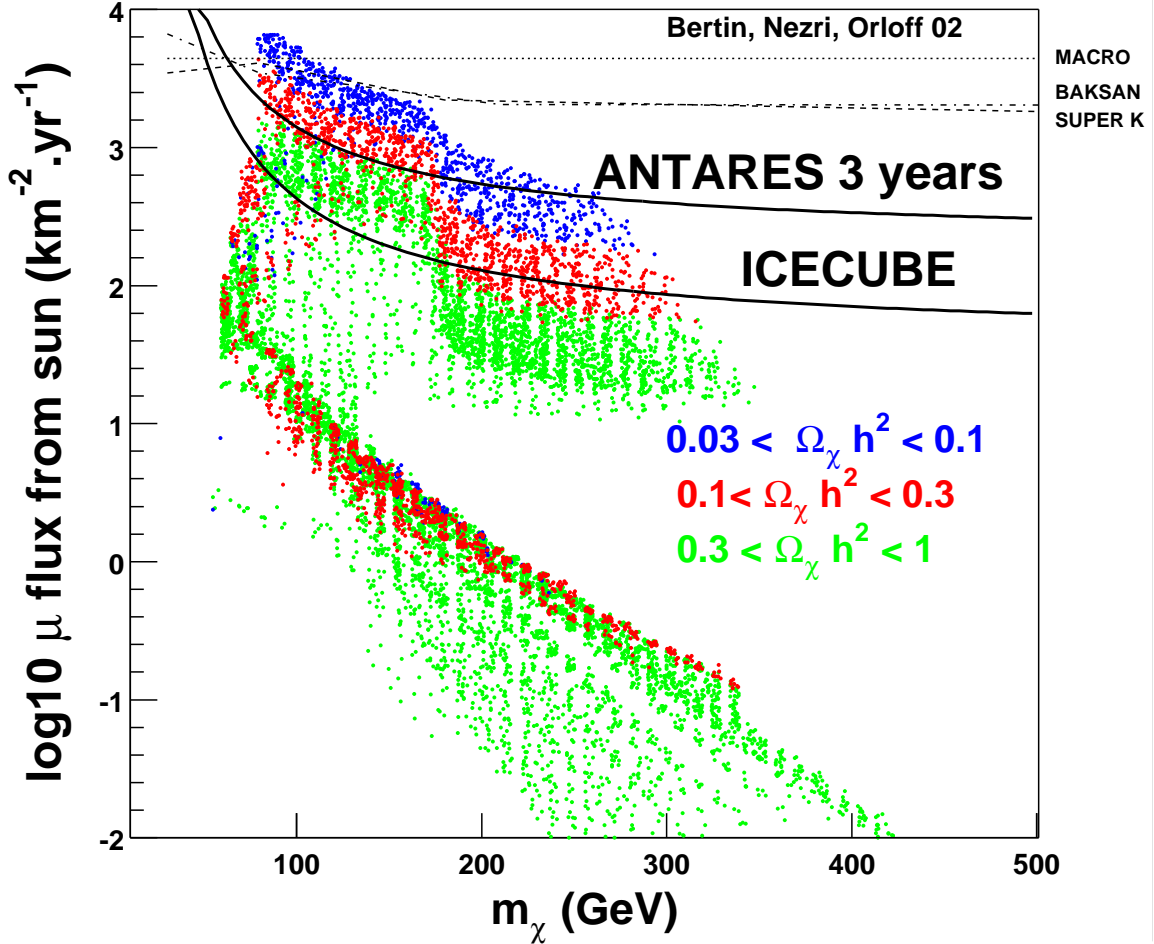


FIG. 3.29 – Comparaison entre les sensibilités des expériences de détection indirecte neutrino sur les Flux de muons provenant du Soleil et les modèles mSugra avec un seuil de 5 GeV sur l'énergie du muon.

sur la figure également. Enfin en c) l'ensemble des prédictions pour les flux de muons en provenance de la Terre : le challenge de détection semble compromis dans mSugra (et ailleurs?).

Nous comparons ensuite directement Antares et Edelweiss II en a) ainsi que Icecube (5 ans) et Zeplin “max” en b) sur les figures 3.32 et 3.33 dans les plans $(\sigma_{\chi-p}^{scal}, \mu \text{ flux}_{\odot})$ et $(m_{\chi}, \Omega_{\chi} h^2)$. On constate une bonne complémentarité des expériences intermédiaires Antares et Edelweiss II. L'amélioration par Icecube et Zeplin se confirme comme étant nécessaire et être un test efficace de ce type de modèles. Enfin on peut remarquer que même dans mSugra qui est très contraint, il n'y a pas de corrélation totale entre détection directe (scalaire) et flux de muons provenant du centre du Soleil.

mSugra models vs Direct Detection

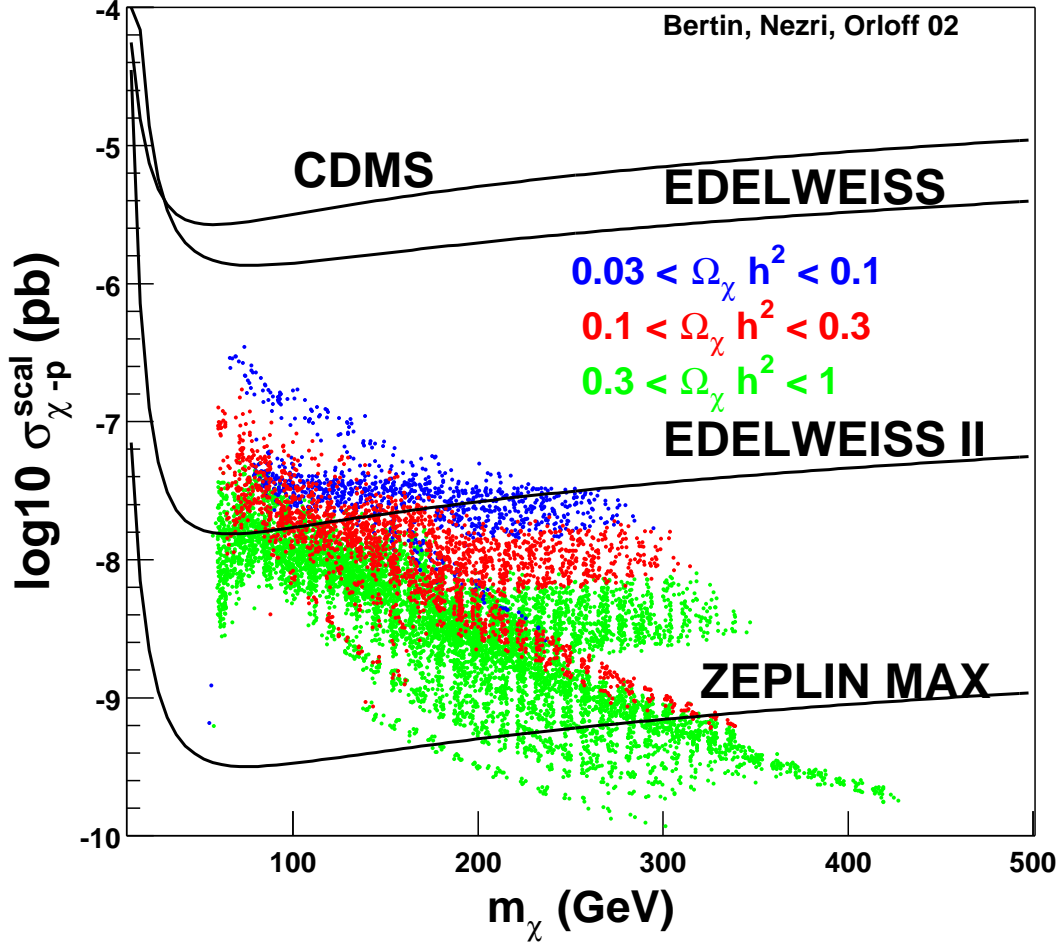


FIG. 3.30 – Comparaison entre les sensibilités des expériences de détection directe et les modèles *mSugra*.

3.5.7 Conclusion-Résumé

Nous avons donc analysé, dans le cadre du CMSSM ou *mSugra*, la possibilité de détection des neutralinos en tant que matière noire par les télescopes à neutrinos. En particulier nous avons présenté une analyse originale des poids relatifs des canaux d'annihilation cruciaux pour la détection indirecte neutrinos. Nous avons trouvé qu'un signal en provenance de la Terre est hors d'atteinte des télescopes à neutrinos (une taille d'environ 10^3 km^3 serait nécessaire pour commencer à tester nos modèles !!). Pour le Soleil un signal neutrino pourrait être détecté dans la région "focus point" [120, 112] à grand m_0 où le neutralino a une composante higgsino plus importante augmentant les sections efficaces élastiques neutralino-nucléon et d'annihilation du neutralino. Cette dépendance cruciale en un minimum de composante higgsino est clairement mise en évidence et résumée sur la figure 3.34 représentant les plans $(f_H, \Omega_\chi h^2)$ en a) et $(f_H, \mu \text{ flux}_\odot)$ en b). Comme dans cette région $\sigma_{\chi-\chi}^A$ et $\sigma_{\chi-p}^{spin}$ sont reliées par échange des voies t et s (exactement au dessus du seuil du top et approximativement en dessous), tout changement de paramètres

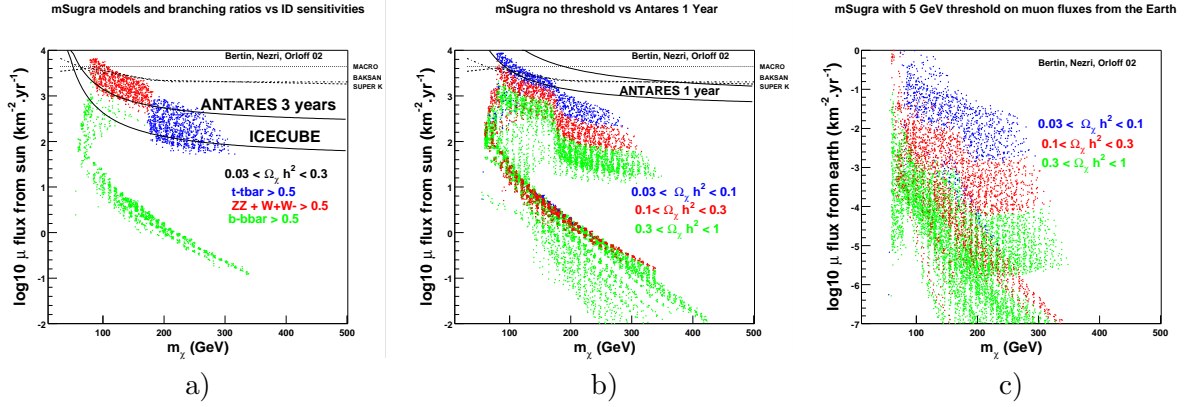


FIG. 3.31 – a) Comparaison entre les sensibilités des télescopes à neutrinos et les modèles mSUGRA en fonction du rapport de branchement du canal dominant dans l’annihilation $\chi - \chi$ (seuil 5 GeV sur l’énergie du muon) pour les flux en provenance du Soleil; b) modèles mSUGRA vs Baksan, Macro, Super K et Antares 1 an de données (sans seuil sur l’énergie du muon) pour les flux provenant du Soleil; c) prédictions mSUGRA pour la Terre (seuil 5 GeV).

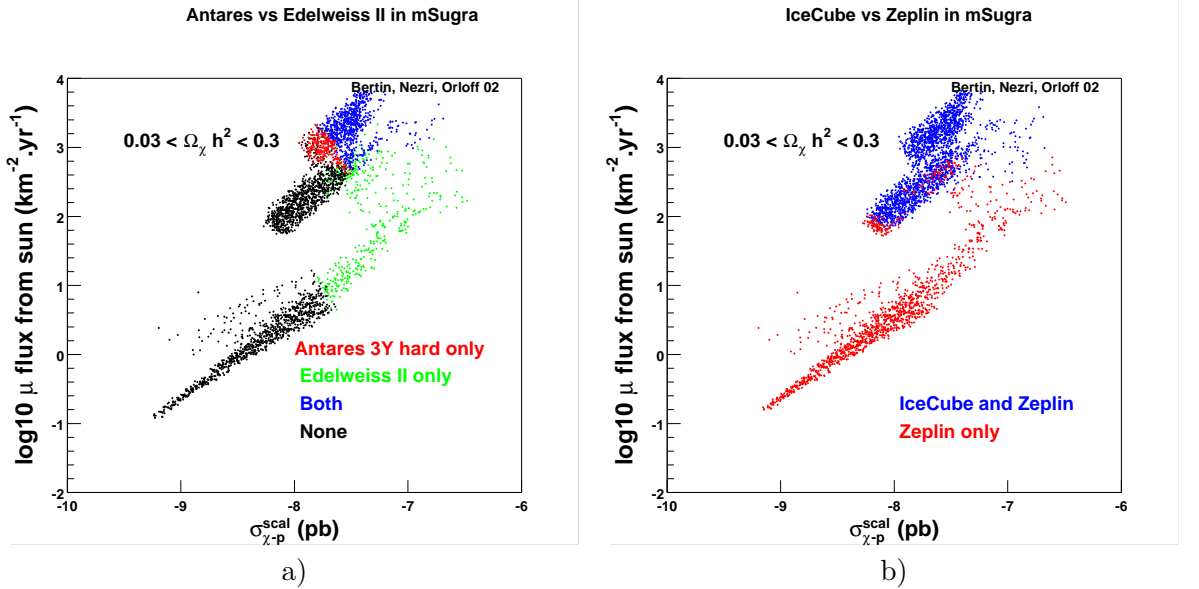


FIG. 3.32 – Comparaison directe a) Antares-Edelweiss II et b) Icecube-Zeplin dans le plan $(\sigma_{\chi-p}^{\text{scal}}, \mu \text{ flux}_\odot)$

réduisant la densité relique augmente les flux de neutrinos. Après conversion en flux de muons et en prenant en compte un seuil de 5 GeV sur l’énergie du muon, les modèles avec une bonne densité relique et des flux de l’ordre de la sensibilité d’Antares sont essentiellement ceux avec $m_\chi \lesssim m_t$ et $\chi\chi \xrightarrow{\chi_i^+} W^+W^-$ ou $\chi\chi \xrightarrow{\chi_i} ZZ$ comme processus dominants d’annihilation. Les télescopes d’une taille d’un km^3 seront plus efficace pour tester les modèles mSUGRA surtout pour $m_\chi > m_t$. Si un signal neutrino est détecté dans ce cadre, le neutralino devrait aussi être accessible aux futures expériences de détection directe, et un chargino avec $m_{\chi^+} < 350 \text{ GeV}$ devrait être découvert en accélérateur. Le complément par la détection directe pour les modèles avec spectre soft à petites valeurs

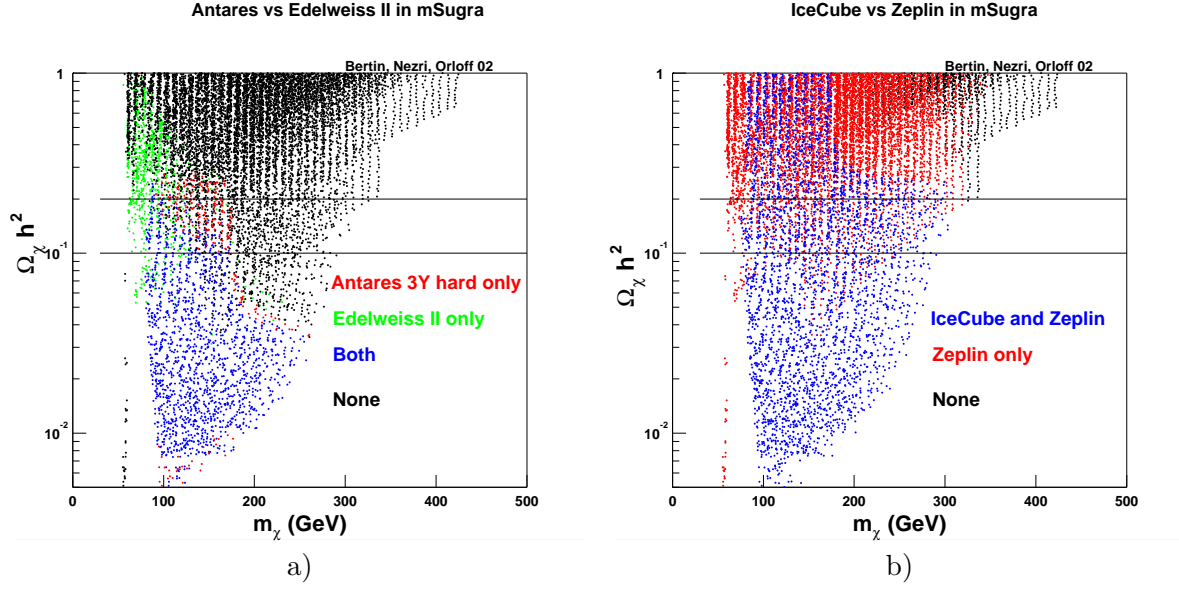


FIG. 3.33 – Comparaison directe a) Antares-Edelweiss II et b) Icecube-Zeplin dans le plan $(m_\chi, \Omega_\chi h^2)$, flux provenant du Soleil pour Antares et Icecube.

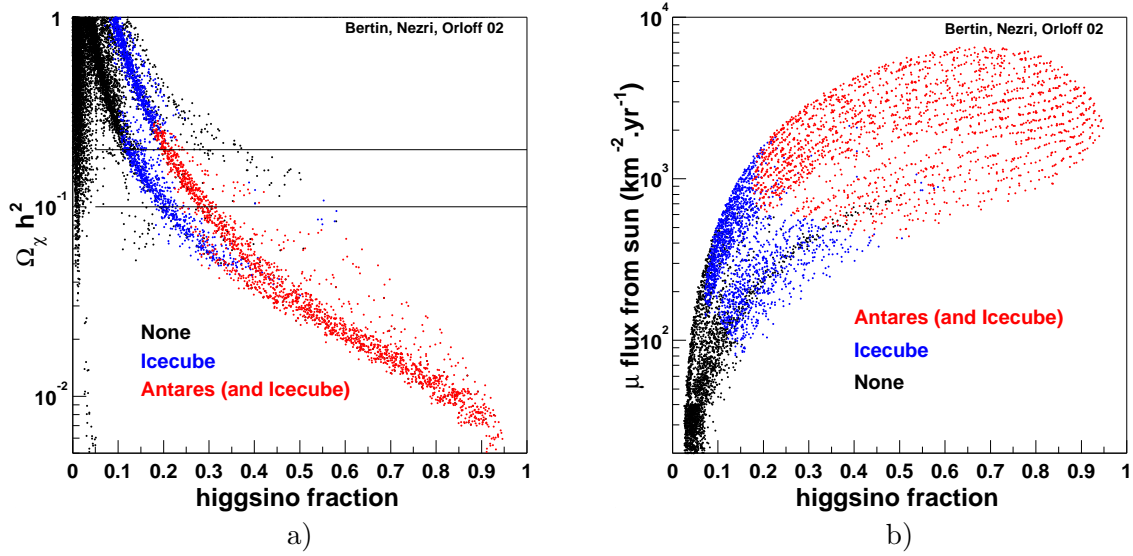


FIG. 3.34 – a) Densité relique du neutralino et b) flux de muons provenant du Soleil en fonction de la fraction de higgsino.

de m_0 est nécessaire si ces régions “résistent” aux exclusions Higgs, $b \rightarrow s\gamma$, a_μ^{SUSY} et à l’ajustement de m_b .

Finissons par une comparaison avec les travaux précédents sur le même thème. Les études précédentes de détection indirecte neutrino [75, 105, 97] ont été effectuées dans le MSSM non contraint sans RGE ni minimisation de potentiel, ou μ est un paramètre libre et donc des neutralinos mixtes sont produits plus facilement. Prendre une coupe mSUGra dans ce large espace introduit évidemment de nombreuses corrélations par exemple entre les flux de neutrinos et la densité relique. L’effet de cette coupe est montré pour le plan $(m_\chi, \sigma_{\chi-p}^{scal})$

dans la référence [113] pour les petites valeurs de $\tan \beta$ et dans [121] pour les grands $\tan \beta$. Notre figure 3.30 est en accord avec ce résultat, avec en plus l'addition de la région focus point formant le nuage supérieur droit. Nous devons noter cependant que les comparaisons dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ sont plus difficiles spécialement à grand $\tan \beta$ et/ou grand m_0 , en raison des incertitudes théoriques dans les RGE pour traduire ces paramètres en quantités physiques. Par exemple, pour une valeur donnée de $\tan \beta$, la pente de la frontière no-EWSB diminue entre [112], notre étude et [121]. Un autre exemple est la forte annihilation via A, H_0 dans la voie s qui apparait pour $\tan \beta > 50$ dans [122] et [123], pour $\tan \beta > 35$ dans [121], et $\tan \beta > 60$ (ou $\tan \beta = 45$, $Q_{EWSB} = \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}/5$, voir figure 3.22) dans ce travail utilisant SUSPECT. Enfin nous trouvons des flux de muons compatibles avec [112], et plus grands que [122]. Une part de cette différence vient de leur seuil plus important (25 GeV au lieu de notre 5 GeV). Le reste doit pouvoir être à nouveau attribuer à l'utilisation de Neutdriver et à l'instabilité RGE des modèles à grand m_0 et grandes valeurs de $\tan \beta$. Il semble cependant [124, 81, 78] que les codes SOFTSUSY [79], SUSPECT [76, 77] ou SPHENO sont plus robustes qu'ISASUSY (version ≤ 7.63) [80] dans cette région.

3.6 Autres modeles type GUT : non-universalité(s).

Les RGE conduisent les modèles (universels) à une hiérarchie assez générique dans le spectre SUSY avec typiquement des scalaires plus lourds que les neutralinos et charginos légers. Nous avons donc vu que dans mSugra, les modèles les plus intéressants pour la détection de neutralinos reliques sont ceux avec une fraction de higgsino non négligeable et dont les effets dominant (figure 3.34). En effet ce sont dans ce cadre les seuls modèles capables d'avoir pour le neutralino de bonnes sections efficaces d'annihilation (important pour la densité relique et la détection indirecte) *et* de diffusions élastiques sur proton (important pour la détection directe et indirecte). Nous allons voir en relâchant certaines hypothèses d'universalité s'il existe des modèles plus favorables pour la détection indirecte neutrinos ou si les modèles favorables sont plus génériques que la frange "focus point" d'un plan $(m_0, m_{1/2})$ typique de mSugra. Enfin nous concluons par une paramétrisation générique à basse énergie des "bons" modèles issus d'évolutions RGE.

3.6.1 Arguments sur la non-universalité.

Dans quelles directions relâcher les hypothèses d'universalité pour favoriser la physique de notre problème, c'est à dire avoir pour un même modèle $\sigma_{\chi-\chi}^A$, $\sigma_{\chi-q}^{scal}$ et $\sigma_{\chi-q}^{spin}$ élevées (ce qui nécessite donc un minimum de fraction de Higgsino)?

Commençons par quelques arguments sur la non-universalité à travers les équations du groupe de renormalisation (à une boucle) [125]. A partir des solutions RGE des couplages d'une théorie on-brisée, on peut obtenir les termes soft de la théorie brisée par une expansion sur les variables de Grassman [126]. A l'aide de l'artillerie du superchamp spurion et par un développement sur les paramètres de Grassmann des solutions des RGE des couplages d'une théorie non brisée, on peut obtenir les termes soft de la théorie brisée [126]. Ceci a été fait avec les solutions des couplages du MSSM par Kazakov et Moutaka [125] afin d'obtenir des solutions RGE pour les termes soft. Pour une analyse avec 3 couplages de Yukawa h_t , h_b et h_τ , il en ressort qu'en raison du comportement de quasi point fixe infrarouge (IRQFP) [127] des couplages de Yukawa, les masses soft des scalaires de la troisième génération et des Higgs à basse énergie dépendent de façon indépendante d'échelle de leur valeur initiale à M_{GUT} (*n.b.* dépendance faible pour $m_{H_2}^2$ si l'échelle basse est autour de l'échelle de focalisation ou "focus point") mais surtout du paramètre de masse soft à

haute énergie des jauginos $SU(3)$ (les gluinos) $M_3|_{M_{GUT}}$ de façon dépendante d'échelle. Les masses soft des première et deuxième générations ont un comportement analogue en raison de leur couplages de Yukawa négligeables (équation (3.34)). Approximativement :

$$(M_{soft}^{scal}|_{low})^2 = (M_{soft}^{scal}|_{M_{GUT}})^2 + c_3 f_3 + c_2 f_2 + c_1 f_1 + corrections \quad (3.137)$$

avec

$$f_i = \frac{(M_i^{M_{GUT}})^2}{b_i} \left(1 - \frac{1}{(1 + b_i \alpha_0 t)^2} \right) \quad (3.138)$$

où les M_i sont les masses soft des jauginos et α_0 est le couplage de jauge universel à M_{GUT} , et avec c_3 qui est très fortement dominant pour les squarks et les Higgs, un peu moins pour les sleptons qui sont non chargés $SU(3)$ (pour le traitement rigoureux voir [125]). Cette analyse rejoint le commentaire en fin de section 3.2.4 sur l'importance des paramètres de masses soft des jauginos dans les RGE.

Par ailleurs pour le neutralino, la non-universalité dans le sens $(M_2/M_1)_{M_{GUT}} < 1$ peut impliquer une composante wino et une modification importante des couplages pour la phénoménologie par rapport au cas universel (=mSugra/CMSSM).

Nous allons donc parcourir la non-universalité afin de mettre en évidence les bénéfices possibles de tels modèles.

3.6.2 Non-universalité des masses scalaires soft et des couplages trilineaires à M_{GUT} .

Les Sfermions :

De même que pour A_0 dans mSugra (section 3.5.5), la modification des paramètres soft des matrices de masses des sfermions peut conduire à des sfermions de troisième génération légers. Ceci peut avoir des conséquences sur la densité relique par les processus de coannihilations. Mais nous l'avons dit, pour la détection le neutralino interagit avec les nucléons donc essentiellement des "vrais" quarks de valence u et d . Or les RGE des masses des squarks de première et deuxième familles en raison de leurs faibles couplages de Yukawa ne font intervenir que les masses soft des jauginos. Ceci implique que leurs masses ne peuvent être diminuées par modification de termes soft scalaires et ainsi augmenter $\sigma_{\chi-q}^{scal}$ et $\sigma_{\chi-q}^{spin}$ par le processus $\chi q \xrightarrow{\tilde{q}} \chi q$ (section 3.3.3). La non-universalité des termes soft des matrices de masses des sfermions peut donc conduire à des effets de coannihilation $\chi \tilde{\tau}$ [114], $\chi \tilde{t}$ [110, 77, 111] et donner des modèles où le neutralino est un bon candidat de matière noire mais n'ajoute pas de potentialité de détectabilité.

Les termes soft de la troisième génération étant présents dans les RGE des masses soft des Higgs (X_t , X_b et X_τ , équations 3.40 et 3.41) peuvent aussi influencer la brisure électrofaible dans le running de $m_{H_1}^2$ et $m_{H_2}^2$ mais nous discutons de ce type d'effet dans la non-universalité des masses soft des Higgs au paragraphe ci-dessous.

Les Higgs :

On peut relâcher la relation d'universalité des masses soft des higgs $m_{H_1}|_{M_{GUT}} = m_{H_2}|_{M_{GUT}} = m_0$. On comprend alors que si m_{H_1} et m_{H_2} sont des paramètres libres, la minimisation du potentiel (et donc la valeur de μ) est alors un peu moins contrainte. La paramétrisation utilisée est

$$m_{H_i}|_{M_{GUT}} = (1 + \delta_i)m_0 ; \text{ pour } i = 1, 2. \quad (3.139)$$

En raison des changements sur les masses soft des Higgs par rapport au cas universel, les valeurs de μ vont être modifiées et dans un plan typique $(m_0, m_{1/2})$, l'espace satisfaisant à la brisure radiative électrofaible sera alors plus restreint. Dans l'espace restant, des modèles

avec les masses des bosons de Higgs lourds m_A et m_H plus faibles sont plus facilement générés que dans le cas universel mSugra, conduisant à des zones un peu plus vastes de l'espace des paramètres avec une bonne densité relique ($\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$) et des bons taux de détection directe ($(\chi q \xrightarrow{H} \chi q)$). Par contre concernant la détection indirecte, les flux de $\nu(\mu)$ restent faibles. Ce résultat est contraire aux résultats de Barger *et al* [122] où la modification des relations des masses soft des Higgs génère plus facilement, dans l'espace autorisé par la brisure radiative électrofaible, des modèles avec des flux provenant du Soleil élevés. Cette différence semble pouvoir s'attribuer au code Isasusy dont la valeur de μ est typiquement trop faible à grand m_0 [81] ce qui donne une fraction importante de higgsino au neutralino que nous n'avons pas. Un exemple de nos résultats est montré sur la figure 3.35 pour $\delta_1 = -0.5$ et $\delta_2 = 0$.

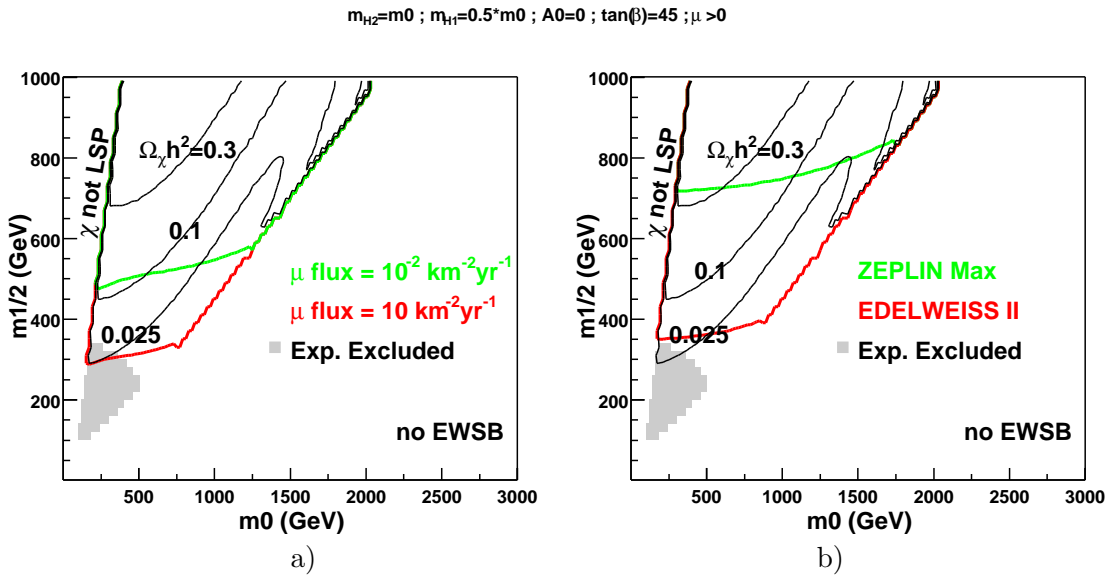


FIG. 3.35 – Potentialité de détection des télescopes à neutrinos pour les flux de muons provenant du Soleil (a) de la détection directe (b) dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ dans le cas de masse soft des higgs non universelles $m_{H_2}^2 = m_0$ et $m_{H_1}^2 = 0.5m_0$ pour $A_0 = 0$, $\tan\beta = 45$, $\mu > 0$.

3.6.3 Non-universalité des masses soft des jauginos à M_{GUT} .

3.6.3.1 Les représentations $SU(5)$

Nous avons supposé dans le cas mSugra qu'il y avait universalité des masses des jauginos à haute énergie. Si on considère qu'il existe un groupe de jauge d'unification G , ce groupe doit être au moins de rang 4 (=nombre de générateurs diagonaux). Le candidat minimum est donc $SU(5)$ ($\text{rang}(SU(N)) = N - 1$). Si on suppose maintenant que le groupe G est plus grand que $SU(5)$ ($SU(5) \subset G$) il n'est pas trop audacieux de penser que la brisure de ce groupe vers le modèle standard passe par $SU(5)$ autour de M_{GUT} . Considérons les modèles pour lesquels la brisure de SUSY est réalisée par un terme F . Dans cette classe de modèles, les masses des jauginos sont générées par un superchamp chiral Φ dont la composante auxiliaire F_Φ prend une vev telle que [128]

$$\mathcal{M}_{jauginos} \sim \frac{\langle F_\Phi \rangle_{ab}}{M_{Planck}} \lambda^a \lambda^b \quad (3.140)$$

F_Φ	M_{GUT}			m_Z		
	M_3	M_2	M_1	M_3	M_2	M_1
1	1	1	1	~ 6	~ 2	~ 1
24	2	-3	-1	~ 12	~ -6	~ -1
75	1	3	-5	~ 6	~ 6	~ -5
200	1	2	10	~ 6	~ 4	~ 10

TAB. 3.4 – Valeurs relatives des masses de jauginos à M_{GUT} et m_Z dans les 4 représentations irréductibles possibles de F_Φ .

où les λ^a et λ^b sont les jauginos \tilde{B} , \tilde{W} et \tilde{g} . Tout champ de jauge appartient à la représentation adjointe de son groupe. Aussi F_Φ appartient à une représentation irréductible apparaissant dans le produit symétrisé de deux adjointes de $SU(5)$ (**=24**; l'adjointe de $SU(N)$ étant la $N^2 - 1$) ou à une combinaison linéaire de ces représentations :

$$(\mathbf{24} \times \mathbf{24})_{sym} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{24} \oplus \mathbf{75} \oplus \mathbf{200} \quad (3.141)$$

où seule la **1** conduit à des masses universelles $M_1|_{M_{GUT}} = M_2|_{M_{GUT}} = M_3|_{M_{GUT}} = m_{1/2}$. Enfin seules les composantes neutres des charges du Modèle Standard peuvent prendre une vev. Les coefficients des groupes du modèle standard dans $SU(5)$ donnent alors les relations entre les masses des jauginos à M_{GUT} (voir tableau 3.4).

Cas de la **24** :

A petites valeurs de m_0 , le neutralino est très fortement bino, en effet à basse énergie $1/6 \sim M_1^{24}/M_2^{24} < M_1^{mSugra}/M_2^{mSugra} \sim 1/2$. De même que pour mSugra, ce type de modèle ne va donc pas conduire à des bons flux. Par ailleurs les limites LEP sur la masse du neutralino (valables pour $M_1/M_2 \geq 1/2$ à basse énergie) ne tiennent plus, aussi des modèles avec un neutralino très léger peuvent être autorisés. Mais le gros bulbe gris d'exclusion vient des limites sur la contribution SUSY a_μ^{SUSY} au $g - 2$ du muon, très sévère sur ces modèles. Pour les grandes valeurs de m_0 , une légère fraction de higgsino provenant de région type focus point pourra être obtenue mais plus difficilement que dans le cas universel, en effet la plus grande valeur de $|M_2|$ accroît les valeurs de $m_{H_2}^2$ (équation 3.41). Aussi les taux de détection directe et les flux de muons seront moins élevés que dans le cas universel et la densité relique trop importante. Ceci est illustré figure 3.36 où aucun modèle n'est accessible à Antares et où la zone Icecube est très fine et présente plutôt dans une région de densité relique trop importante. De même les zones Edelweiss II et Zeplin sont très réduites à grand m_0 en raison de la faible fraction de higgsino mais aussi à cause du signe relatif entre M_1 , M_2 et μ (même effet que $\mu < 0$ pour mSugra). Ceci est en accord avec les résultats de Belanger *et al* [129] où le neutralino est choisi encore plus bino, $M_2/M_1 \sim 10$, et a une densité relique trop importante à moins d'avoir des sleptons légers.

Cas de la **75** :

A basse énergie, $|M_1| \sim |M_2| \sim |M_3|$ le neutralino est donc autant wino que bino, les 2 neutralinos les plus légers et le chargino le plus léger sont quasi dégénérés $M_\chi \sim M_{\chi_2^0} \sim M_{\chi_1^\pm}$.

Aussi, ce type de modèle favorise les annihilations très efficace $\chi\chi \xrightarrow{\chi_1^+, \chi_2^0} W^+W^-, ZZ$, de même que de très fortes coannihilations $\chi\chi_2^0$ et $\chi\chi_1^\pm$. Ceci a pour effet de diminuer très fortement la densité relique à des valeurs infimes. Par ailleurs le gluino est parfois la LSP.

Cas de la **200** :

Ici $|M_2| \sim 2/5|M_1|$ à basse énergie, soit un neutralino très wino. Les annihilations $\chi\chi \xrightarrow{\chi_1^+, \chi_2^0} W^+W^-, ZZ$ et la coannihilation $\chi\chi_1^\pm$ éliminent complètement la population de neutrali-

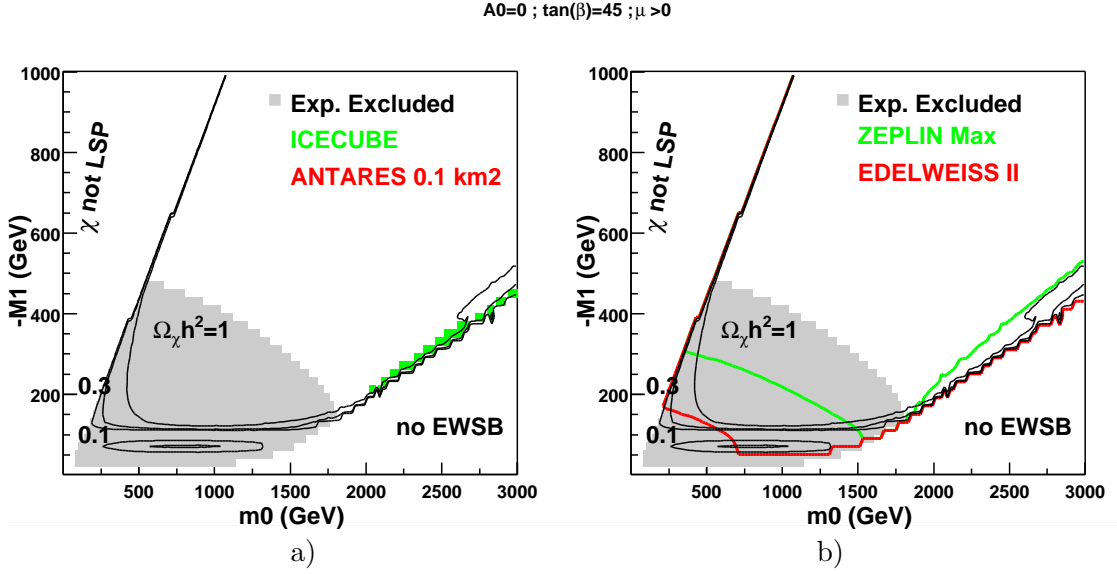


FIG. 3.36 – Potentialité de détection des télescopes à neutrinos pour les flux de muons provenant du Soleil (a) et de la détection directe (b) dans le plan $(m_0, -M_1)$ de la représentation 24 pour $A_0 = 0$, $\tan \beta = 45$, $\mu > 0$.

nos χ .

3.6.3.2 Relations libres entre les masses des gauginos : effet des paramètres $M_2|_{GUT}$ et $M_3|_{GUT}$

Nous l'avons dit en introduction, les paramètres de non-universalité du MSSM les plus influents pour le neutralino en tant que candidat de matière noire froide du point de vue de sa détection sont $M_2|_{GUT}$ et surtout $M_3|_{GUT}$. Nous allons étudier l'écart à l'universalité de ces 2 paramètres et leurs bénéfices pour la densité relicue de neutralino et les taux de détection.

Les effets de l'écart à l'universalité seront quantifiés par les rapports $x = M_3/m_{1/2}$ ou $x = M_2/m_{1/2}$ (avec $m_{1/2} = M_1 = M_2$ ou $m_{1/2} = M_1 = M_3$ respectivement) que nous allons diminuer en partant de mSugra ($x = 1$).

Le paramètre $M_2|_{GUT}$:

L'effet du paramètre M_2 est essentiellement un changement de composition du neutralino.

Lorsque la composante wino du neutralino augmente, les processus $\chi\chi \xrightarrow{\chi_1^+, \chi_2^0} W^+W^-, ZZ$ sont plus favorables et augmentent la section efficace d'annihilation $\sigma_{\chi-\chi}^A$ [93]. De plus les fortes coannihilations $\chi\chi_2^0$ et $\chi\chi_1^+$ s'ouvrent et la densité relicue chute fortement. Cette composante wino favorise aussi les taux de détection. En effet, elle augmente les couplages $C_{\chi-q}$ ($C_{\tilde{B}-q} \sim \tan\theta_W C_{\tilde{W}-q}$) de la détection directe ($\sigma_{\chi-p}^{scal}$ via échange de H , équations 3.112 à 3.115) et indirecte ($\sigma_{\chi-q}^{spin}$, échange de \tilde{q}). L'annihilation des neutralinos en spectre hard W^+W^- (section 3.3.2 d) donne des muons plus énergétiques. L'augmentation des taux de détection directe et indirecte peut être de plusieurs ordres de grandeurs par rapport au cas mSugra selon les valeurs des paramètres du point considéré comme illustré sur les figures 3.37b) et c), 3.38b) et c) et 3.39b) et c). Le point important est que la quantité pertinente de M_2 est très critique, aussi les bénéfices sont très ponctuels. Pour un rapport $M_2/m_{1/2} \sim 0.6 - 0.7$ (équivalent à $M_1|_{low} \sim M_2|_{low}$), les taux de détection

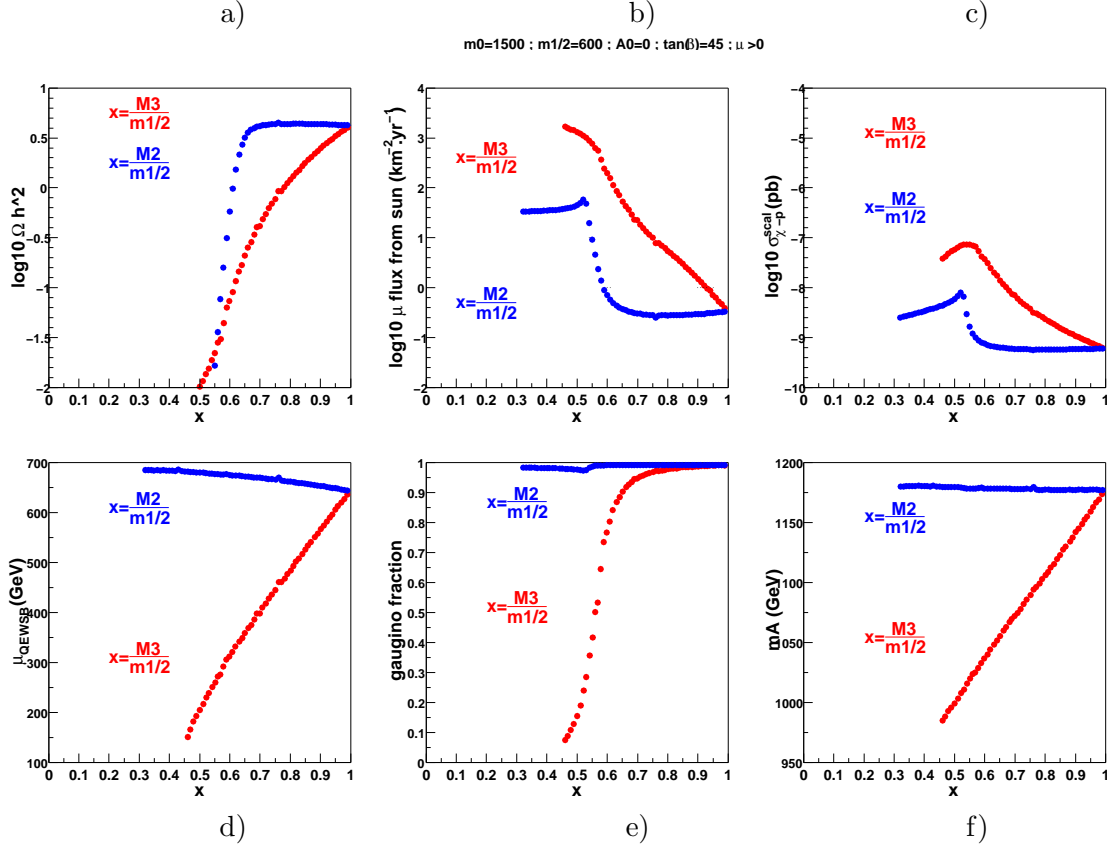


FIG. 3.37 – Evolution de la densité relicue (a), du flux de muons provenant du Soleil (b), de la section efficace neutralino-proton indépendante de spin (détection directe) (c), du paramètre μ (d), de la fraction de gaugino (e) et de la masse du pseudo-scalaire m_A (f) en fonction des rapports $\frac{M_2}{m_{1/2}}$ et $\frac{M_3}{m_{1/2}}$ pour le point “mSugra” $m_0 = 1500$ GeV, $m_{1/2} = 600$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $\tan \beta = 45$, $\mu > 0$.

sont augmentés mais la densité relicue s’écroule instantanément jusqu’à des valeurs trop faibles (figures 3.37a), 3.38a) et 3.39a)). La manipulation de ce paramètre pour obtenir la phénoménologie désirée relève ainsi du “fine tuning”. Une possibilité pour éviter cette extermination de wino-neutralino proposée dans [130] est d’avoir une population de wino-neutralino dérivée de modèles AMSB ($M_1|_{low} \simeq 3M_2|_{low}$) régénérée à basse température par de désintégrations de moduli qui pourrait donner une bonne densité relicue.

Le paramètre $M_3|_{GUT}$:

Les conséquences des variations de ce paramètre sont bien plus intéressantes. En effet, il s’agit d’un (du?) paramètre clef du MSSM via les RGE. Sa variation n’influence pas uniquement le secteur des neutralinos. En effet [125] (voir équation 3.137), diminuer $M_3|_{GUT}$ va, par l’évolution RGE, diminuer $m_{H_u}^2$ (équation 3.41) donc μ par la brisure radiative électrofaible, ce qui entraîne une augmentation de la fraction de higgsino du neutralino, mais aussi diminuer $m_{\tilde{q}}$, m_A . Ces effets sont illustrés sur les figures 3.37d),e),f), 3.38d),e),f) et 3.39d),e),f). La densité relicue va alors diminuer progressivement avec $x = M_3/m_{1/2}$ (voir figures 3.37a), 3.38a) et 3.39a)) grâce à l’augmentation de la section efficace du canal d’annihilation mSugra dominant (essentiellement $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$, $\chi\chi \xrightarrow{Z} t\bar{t}$, $\chi\chi \xrightarrow{\chi_i^+} W^+W^-$ et $\chi\chi \xrightarrow{\chi_i} ZZ$ comme nous l’avons détaillé dans la section 3.5.2 selon les paramètres mSu-

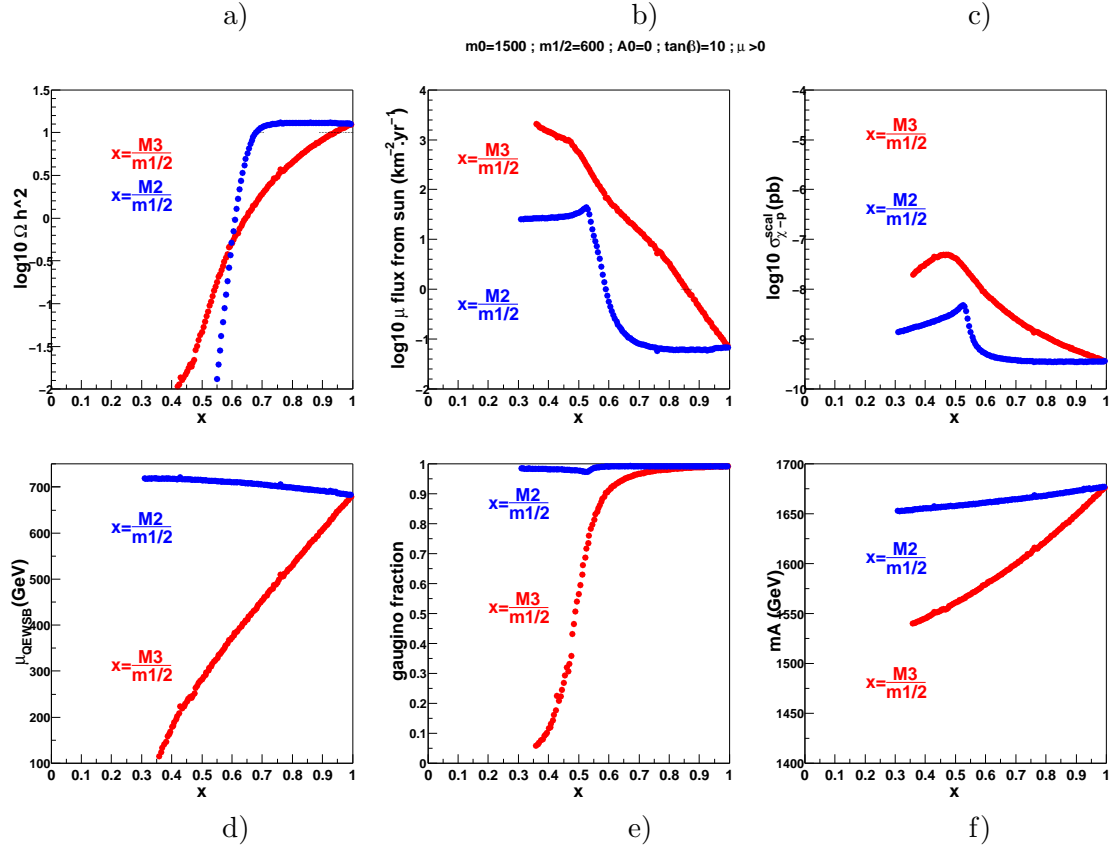


FIG. 3.38 – *Idem figure 3.37 pour $\tan \beta = 10$: Evolution de la densité relicue (a), du flux de muons provenant du Soleil (b), de la section efficace neutralino-proton indépendante de spin (détection directe) (c), du paramètre μ (d), de la fraction de gaugino (e) et de la masse du pseudo-scalaire m_A (f) en fonction des rapports $\frac{M_2}{m_{1/2}}$ et $\frac{M_3}{m_{1/2}}$.*

gra de départ). Puis quand x continue de diminuer, en raison de la diminution de μ , les canaux dépendants de la fraction de higgsino finissent de toute façon par dominer. Ceci se comprend en suivant les évolutions de la densité relicue et des rapport de branchement d'annihilation en fonction du rapport $M_3/m_{1/2}$.

Pour le point de départ mSugra $m_0 = 1500$ GeV, $m_{1/2} = 600$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $\tan \beta = 45$, $\mu > 0$ (figures 3.37a) et 3.40a)) le canal dominant en $x = 1$ est $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$. Il reste dans un premier temps dominant tandis que la densité relicue diminue grâce à la diminution de m_A (figure 3.37a) et f)), puis quand on diminue encore M_3 , comme μ diminue, les processus $\chi\chi \xrightarrow{Z} t\bar{t}$ puis $\chi\chi \xrightarrow{\chi_i^+} W^+W^-$ et $\chi\chi \xrightarrow{\chi_i} ZZ$ prennent successivement le relais (ainsi que les coannihilations $\chi\chi^+$ et $\chi\chi_2^0$) diminuant toujours la densité relicue. L'augmentation du rapport de branchement $t\bar{t}$ figure 3.40a) avant que la fraction de higgsino n'augmente ($x > 0.8$) est due à la diminution de la masse du stop. Pour le même point mSugra de départ mais avec $\tan \beta = 10$ (figures 3.38a) et 3.40b)), on a vu que m_A est plus grand quand $\tan \beta$ diminue donc le canal $\chi\chi \xrightarrow{Z} t\bar{t}$ domine. Son rapport de branchement reste dominant (figure 3.40b)) mais sa section efficace augmente dans un premier temps car $m_{\tilde{t}}$ diminue puis l'échange du Z (proportionnel à la fraction de higgsino section 3.3.2c)) intervient et augmente la section efficace d'annihilation grâce à la baisse de μ (figure 3.38d)) diminuant ainsi la densité relicue (figure 3.38a)). Lorsque

x continue de diminuer (donc μ diminue et m_χ devient inférieure à la masse du top), les annihilations en bosons de jauge deviennent dominantes.

Pour le point mSugra $m_0 = 3000$ GeV, $m_{1/2} = 2000$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $\tan\beta = 45$, $\mu > 0$ (figures 3.39a) et 3.40c), ici encore la densité relique est bien trop importante dans mSugra, mais la variation de M_3 permet à nouveau de ramener ce point dans des valeurs cosmologiquement acceptables par la diminution de m_A et μ (figures 3.39a), d) et f)). Ce point se situe plus loin de la frontière de brisure radiative électrofaible et les valeurs de μ sont donc plus élevées. De plus $m_A < m_{\tilde{q}}$ donc $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ domine complètement sur $\chi\chi \xrightarrow{Z,\tilde{t}} t\bar{t}$ et s'échange avec les annihilations en bosons de jauge quand x (*i.e.* μ) diminue.

Détections :

La détection directe (figures 3.37c), 3.38c) et 3.39c)) va alors être augmentée de plusieurs (2 à 3) ordres de grandeurs par rapport à mSugra ($x = 1$). Tout d'abord la diminution de la masse des squarks favorise le processus $\chi q \xrightarrow{\tilde{q}} \chi q$, mais surtout le couplage $C_{\chi q H}$ (équation 3.112) est maximum pour des produits mixtes $z_{13(4)}z_{11(2)}$ maximum donc ce couplage augmente avec la fraction de higgsino quand x diminue. Par ailleurs $m_H \sim m_A$ et donc $\sigma_{\chi-p}^{scal}$ augmente grâce à la baisse de m_A . Ensuite lorsque la fraction de gaugino chute, les produits $z_{13(4)}z_{11(2)}$ diminuent et $\sigma_{\chi-p}^{scal}$ rediminue avec x . Ce comportement est illustré par les figures 3.37c), e), f), 3.38c), e), f) et 3.39c), e) f).

Pour la détection indirecte, le gain sur les flux en provenance du Soleil à partir des variations de M_3 peut aller jusqu'à 6 ordres de grandeurs par rapport à mSugra ($x = 1$). L'effet provient de l'augmentation de la section efficace de diffusion élastique neutralino-proton dépendante de spin : dans un premier temps en raison de la diminution des masses de squarks qui favorise $\chi q \xrightarrow{\tilde{q}} \chi q$ dans $\sigma_{\chi-p}^{spin}$, puis surtout de la diminution des valeurs de μ et donc d'une meilleure fraction de higgsino qui va augmenter $\chi q \xrightarrow{Z} \chi q$ dans $\sigma_{\chi-p}^{spin}$ (voir section 3.3.3). Par ailleurs la fraction de higgsino favorise aussi l'annihilation vers les canaux $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$, ZZ et $\chi\chi \rightarrow t\bar{t}$ dont les spectres en neutrinos sont plus énergétiques que $\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$. Ceci est illustré par les figures 3.37b), d), e), 3.38b), d), e) et 3.39b), d) e). Cette augmentation n'est pas piquée en fonction de x (de la fraction de higgsino) comme pour la détection directe mais reste maximum une fois que la fraction de higgsino est devenue complètement dominante. Cependant quand x continue de diminuer, la densité relique devient très faible. Pour ces valeurs extrêmes de M_3 à densité relique faible, on peut obtenir un gain conséquent sur le flux en provenance de la Terre (augmenté par $\sigma_{\chi-p}^{scal}$ et $\sigma_{\chi-\chi}^A$) mais qui reste génériquement (et désespérément) hors d'atteinte des limites expérimentales.

Nous pouvons donc dire que quel que soit le point mSugra considéré (même les très grandes valeurs de m_0 et $m_{1/2}$ de plusieurs TeV), il est possible de diminuer la densité relique à la valeur souhaitée en diminuant $M_3|_{GUT}$. La valeur de $M_3|_{GUT}$ nécessaire pour une densité relique $\Omega_\chi h^2 \sim 0.1 - 0.2$ dépend essentiellement de $m_{1/2}$: $0.5 < M_3/m_{1/2} < 1$. Principalement, dans mSugra les canaux d'annihilation du neutralino sont de deux types : l'échange du pseudo scalaire $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ et les processus directement proportionnels à la fraction de higgsino $\chi\chi \xrightarrow{Z} t\bar{t}$, $\chi\chi \xrightarrow{\tilde{X}_i^+} W^+W^-$ et $\chi\chi \xrightarrow{\tilde{X}_i} ZZ$. Or baisser le paramètre $M_3|_{GUT}$ affecte de nombreux paramètres du MSSM au travers des RGE et permet de diminuer m_A et d'augmenter la fraction de higgsino (de diminuer μ). Aussi le processus dominant de tout point d'un plan typique mSugra peut être accentué jusqu'à donner la bonne densité relique.

Pour des valeurs de $\tan\beta < 50$, donc en l'absence du pôle du A , les valeurs de x vont

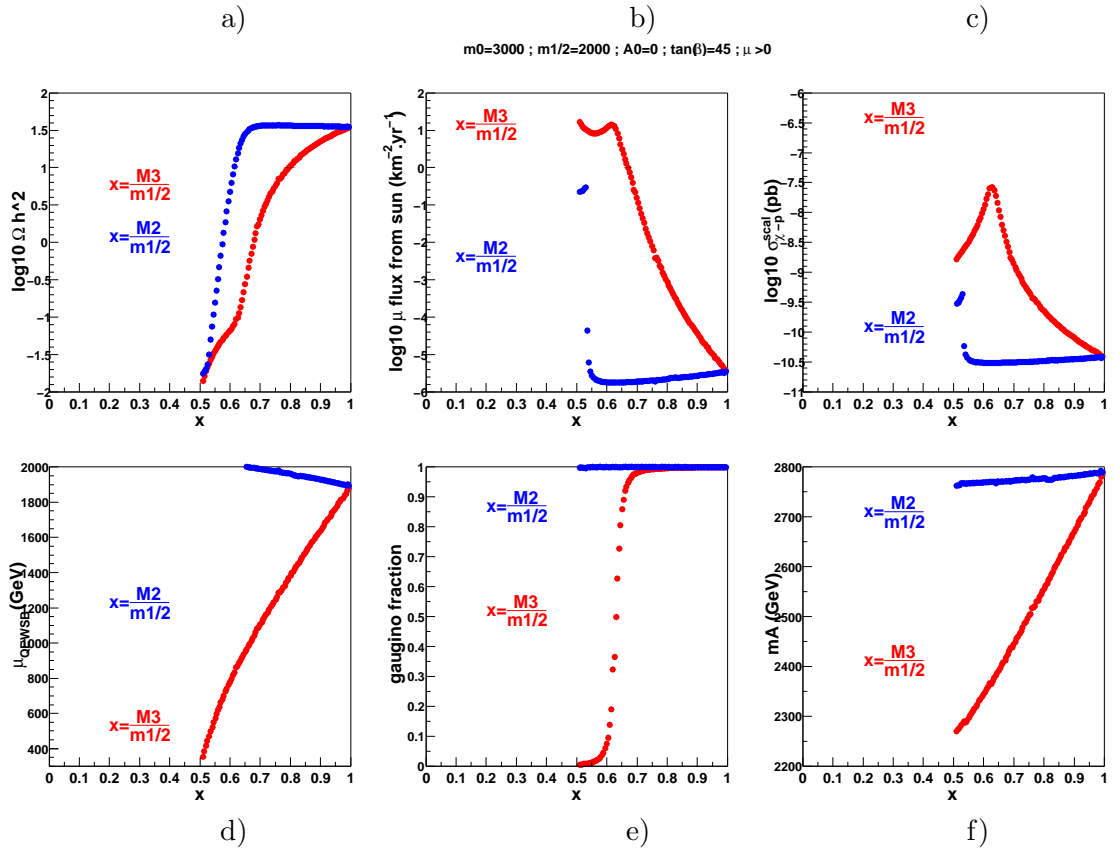


FIG. 3.39 – *Idem figure 3.37 pour le point “mSugra”* $m_0 = 3000$ GeV, $m_{1/2} = 2000$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $\tan\beta = 45$, $\mu > 0$: Evolution de la densité relicue (a), du flux de muons provenant du Soleil (b), de la section efficace neutralino-proton indépendante de spin (détection directe)(c), du paramètre μ (d), de la fraction de jaugino (e) et de la masse du pseudo-scalaire m_A (f) en fonction des rapports $\frac{M_2}{m_{1/2}}$ et $\frac{M_3}{m_{1/2}}$.

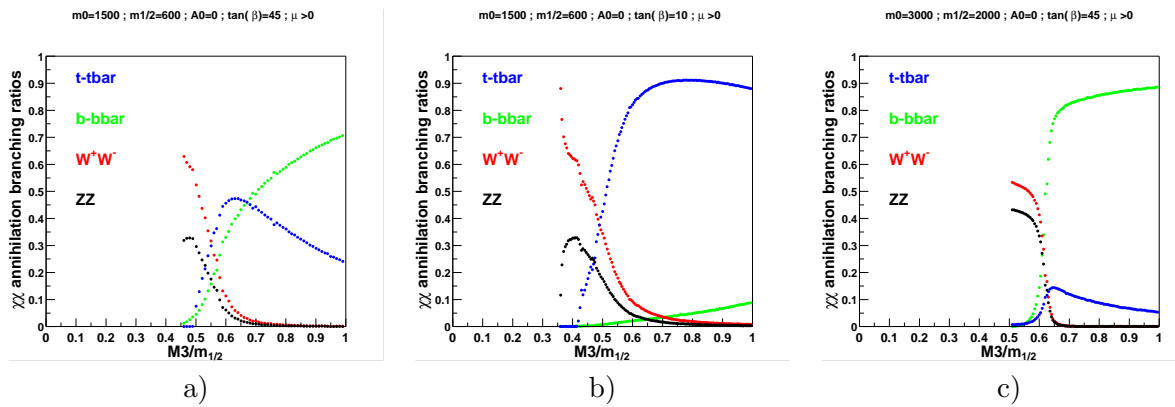


FIG. 3.40 – Evolution des principaux rapports de branchement de l’annihilation de neutralinos en fonction du rapport $M_3/m_{1/2}$ pour les points a) $m_0 = 1500$ GeV, $m_{1/2} = 600$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $\tan\beta = 45$, $\mu > 0$, b) $m_0 = 1500$ GeV, $m_{1/2} = 600$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $\tan\beta = 10$, $\mu > 0$ et c) $m_0 = 3000$ GeV, $m_{1/2} = 2000$ GeV, $A_0 = 0$ GeV, $\tan\beta = 45$, $\mu > 0$.

de $\sim 1 - 0.8$ le long de la zone avec bonne densité relique de mSugra jusqu'à $x \sim 0.5 - 0.6$ pour les grandes valeurs de $m_{1/2} > 2000$ GeV et $m_0 < 2000$ GeV. On obtient une valeur assez générique au centre du plan (figure 3.41a)

$$M_3|_{GUT} \sim 0.6(\pm 0.1)m_{1/2} + \text{corrections}(m_0, \tan \beta, m_b) \quad (3.142)$$

qui permet de se placer proche du pôle du A ou du moins d'ajuster le couple $(m_A, z_{11(2)}z_{13(4)})$ et donc le canal $\chi\chi \xrightarrow{A} b\bar{b}$ afin d'avoir $\Omega_\chi h^2 \sim 0.1 - 0.2$. Ces valeurs de x favorisent aussi la détection directe (processus $\chi q \xrightarrow{H} \chi q$). On a vu aussi que diminuer M_3 augmente la fraction de higgsino, ainsi par une valeur typique du rapport $M_3/m_{1/2} \lesssim 0.8$, on peut élargir le corridor à grand m_0 "focus point" et on autorise plus d'espace du plan à la détection indirecte et directe. Ceci est illustré pour notre plan typique mSugra $A_0 = 0$ GeV, $\tan \beta = 45$, $\mu > 0$ sur la figure 3.41 où l'on a fait varier $x = M_3/m_{1/2}$ afin d'obtenir dans tout le plan $0.185 < \Omega_\chi h^2 < 0.215$. En comparant les figures 3.41c) et 3.15a) ainsi que les figures 3.41b) et 3.16b), on voit que les zones avec des forts taux de détection sont bien plus grandes que dans mSugra. Plus spécifiquement, les zones de sensibilité pour les expériences Antares, Icecube, Edelweiss II et Zeplin pour différentes valeurs de $x = M_3/m_{1/2}$ fixées dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ sont montrées sur les figures 3.42, 3.43 et 3.44. Les zones de détection sont nettement améliorées en comparaison du cas mSugra figure 3.27.

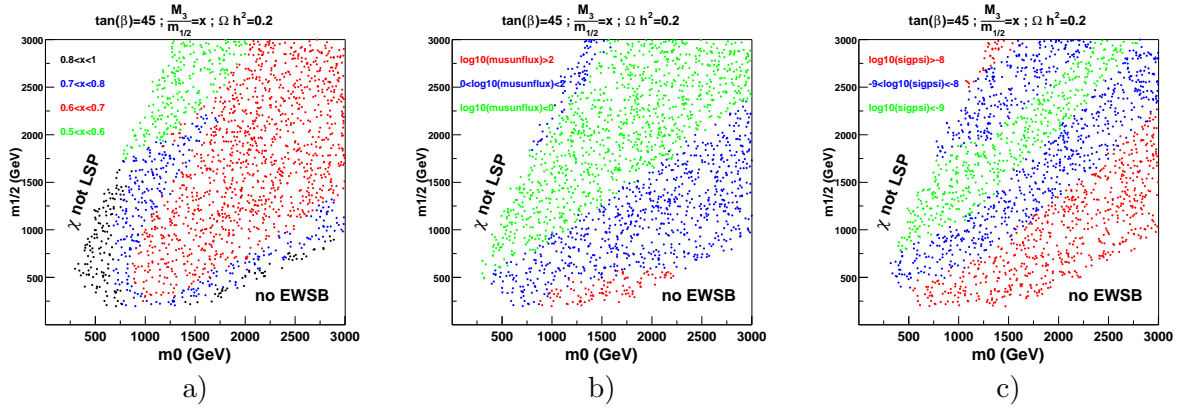


FIG. 3.41 – a) valeurs du rapport $x = M_3/m_{1/2}$ afin d'obtenir dans tout le plan $(m_0, m_{1/2})$, $A_0 = 0$ GeV, $\tan \beta = 45$, $\mu > 0$ une densité relique $\Omega h^2 \sim 0.2$, b) flux de muons provenant du Soleil correspondants ($\text{musunflux} = \mu \text{ flux}_\odot$) et c) sections efficaces neutralino-proton indépendantes de spin correspondantes ($\text{sigpsi} = \sigma_{\chi-p}^{\text{scal}}$).

Liens avec la brisure de SUSY :

Nous venons donc de voir que le paramètre le plus pertinent dans la non-universalité pour la physique et la détection du neutralino est $M_3|_{M_{GUT}}$, et nous avons défini l'écart à l'universalité par le rapport $x = M_3|_{M_{GUT}}/m_{1/2}$. On peut être minimaliste et considérer que les modèles décrits précédemment par les variations de M_3 sont un écart à l'universalité dans l'espace des représentations autorisées donc une combinaison linéaire des représentations **24**, **75** et **200** :

$$\text{non univ} = \text{mSugra/CMSSM} + c_{24}\mathbf{24} + c_{75}\mathbf{75} + c_{200}\mathbf{200} \quad (3.143)$$

ce qui donne en valeur relative pour les masses de jauginos $(M_1 : M_2 : M_3)$ à M_{GUT}

$$(1 : 1 : x)_{\text{non univ}} = (1 : 1 : 1)_{\text{mSugra}} + (0 : 0 : x - 1)_{c_{24}\mathbf{24}+c_{75}\mathbf{75}+c_{200}\mathbf{200}}. \quad (3.144)$$

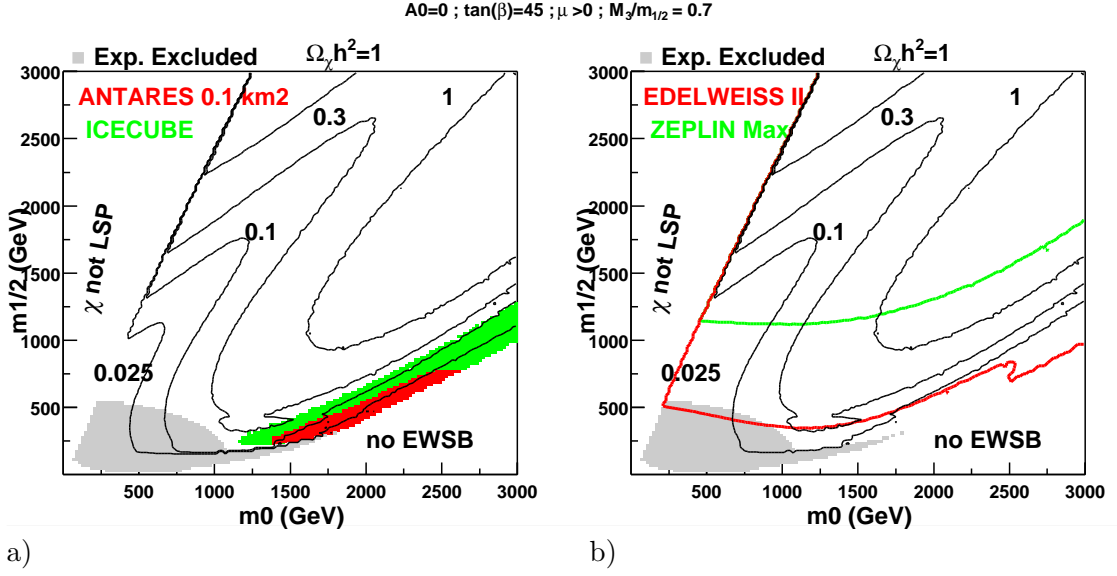


FIG. 3.42 – Potentialité de détection dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ pour $\tan \beta = 45$ et $x = M_3/m_{1/2} = 0.7$ a) des télescopes à neutrinos pour les flux de muons provenant du Soleil b) de la détection directe.

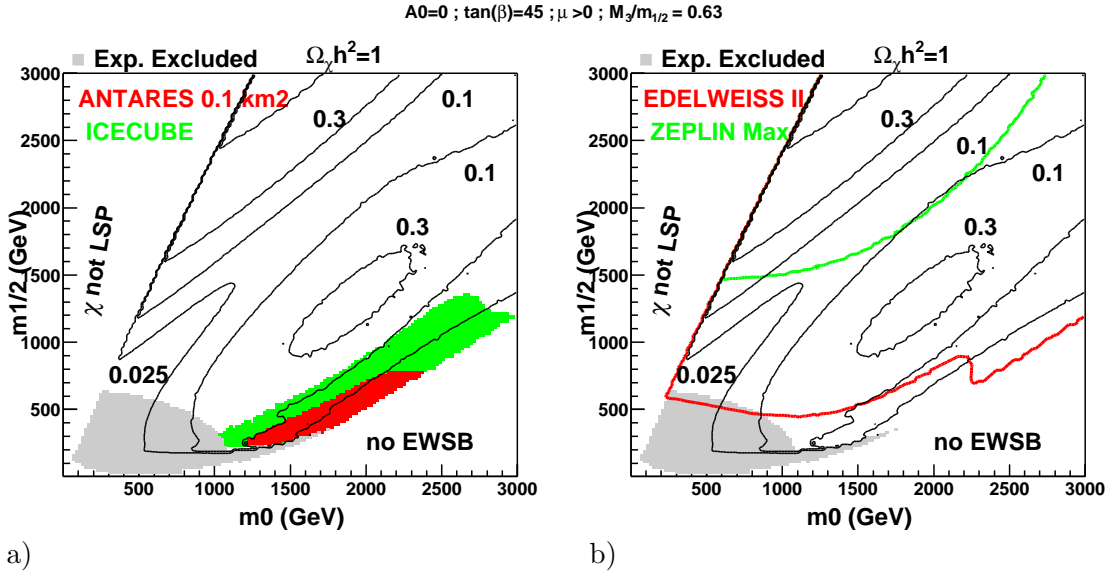


FIG. 3.43 – Potentialité de détection dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ pour $x = M_3/m_{1/2} = 0.63$ a) des télescopes à neutrinos pour les flux de muons provenant du Soleil b) de la détection directe.

D'après le tableau 3.4, on trouve alors que ceci est vérifié si

$$c_{24} = \frac{20}{63}(x - 1) ; c_{75} = \frac{14}{63}(x - 1) ; c_{200} = \frac{9}{63}(x - 1). \quad (3.145)$$

soit pour la valeur typique $x = 0.6$: $c_{24} \simeq -0.13$; $c_{75} \simeq -0.09$; $c_{200} \simeq -0.06$.

Une origine possible de telles deviations à l'universalité de M_3 pourrait aussi provenir de modèles AMSB. Même si la dérivation usuel de ce genre de modèles conduit à des LSPs de type wino [130, 92], d'autres combinaisons ont été trouvées [131] où le gluino peut

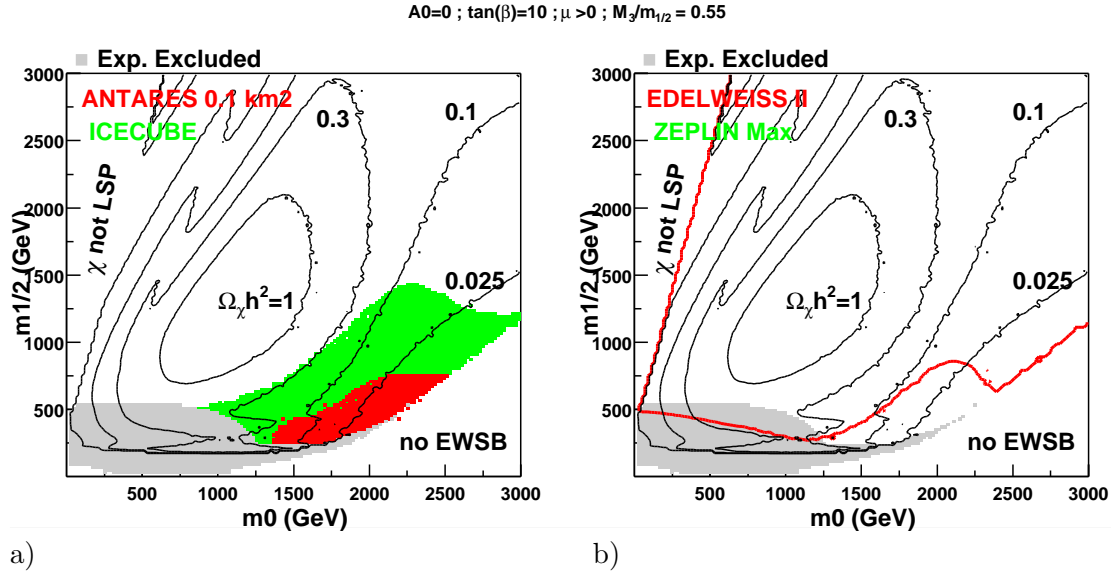


FIG. 3.44 – *Potentialité de détection dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ pour $\tan \beta = 10$ et $x = M_3/m_{1/2} = 0.55$ a) des télescopes à neutrinos pour les flux de muons provenant du Soleil b) de la détection directe.*

devenir plus légers au point d'être la LSP dans des cas extrêmes. Une étude de cette connexion dans le cadre général de la ref.[91] serait intéressante.

3.6.4 Conclusion

Nous avons exploré les écarts à l'universalité et mis en évidence les plus intéressants pour la détection de neutralino candidat de matière noire froide. Le secteur scalaire peut permettre d'ajuster la densité relique en ouvrant les coannihilations avec les sfermions, mais ne conduit pas à de meilleurs taux de détection en raison de l'évolution RGE de termes soft de première génération. Les paramètres les plus déterminants sont les masses de juginos $M_2|_{GUT}$ et particulièrement $M_3|_{GUT}$ qui augmentent respectivement le contenu en wino et en higgsino du neutralino quand ces paramètres sont baissés par rapport à leur valeur universelle. La composante higgsino est plus efficace que la composante wino pour augmenter les taux de détection, faisant de $M_3|_{GUT}$ le degré de liberté essentiel, puisque sa valeur affecte aussi tout le spectre du MSSM [125]. De tels modèles avec des valeurs plus basses de $M_3|_{GUT}$ ont une meilleure densité relique et sont bien plus prometteurs du point de vue de la détection, avec des taux augmentés de plusieurs ordres de grandeur par rapport au cas universel. Bien que ces notions soient quelque peu subjectives, des objections sur la naturalité pourraient être faites sur les grandes valeurs de m_0 et $m_{1/2}$ (plusieurs TeV) rencontrées communément dans la littérature. A ce propos, on peut noter que des valeurs plus basses de M_3 tendent à être plus naturelles [132]. Enfin, tous les modèles avec des flux de neutrinos élevés étudiés ici ont des contributions SUSY faibles au moment magnétique anormal du muon ($a_\mu^{\text{SUSY}} \simeq 0$), ce qui pourrait les éliminer mais pas avant que la valeur de a_μ du Modèle Standard ne soit clairement exclue. Dans ces conditions, si le MSSM avec RGE est la "bonne" théorie effective de la supersymétrie, une détection de neutralinos par les télescopes à neutrinos semble compromise.

3.7 Paramétrisation effective du MSSM à basse énergie.

Nous avons donc exploré les modèles de type grande unification favorables à la détection indirecte des neutralinos avec les télescopes à neutrinos. Ce type de prospection avait déjà été réalisé dans le MSSM à basse énergie [75, 97]. Il est évident que dans une approche à basse énergie avec plus de paramètres libres et notamment μ , il sera plus facile de générer des neutralinos lourds et fortement higgsinos. La différence essentielle entre les deux approches vient de l'absence des annihilations avec des bosons de Higgs dans l'état final pour les modèles de type GUT en raison de l'évolution RGE des paramètres et de la hiérarchie résultante du spectre SUSY (fin de la section 3.3.2). Cette possibilité de scalaires légers (Higgs mais aussi squarks de première génération) dans les approches basse énergie permettent aussi parfois aux flux en provenance du centre de la Terre d'être plus significatifs ($\sigma_{\chi-p}^{scal}$ est augmentée par les processus $\chi q \xrightarrow{H, \tilde{q}} \chi q$, favorisant ainsi la capture dans la Terre). Cependant ces modèles basse énergie sont moins consistants du point de vue théorique et retirent certains atouts à la supersymétrie (brisure EW radiative, pôles de Landau, CCB minima).

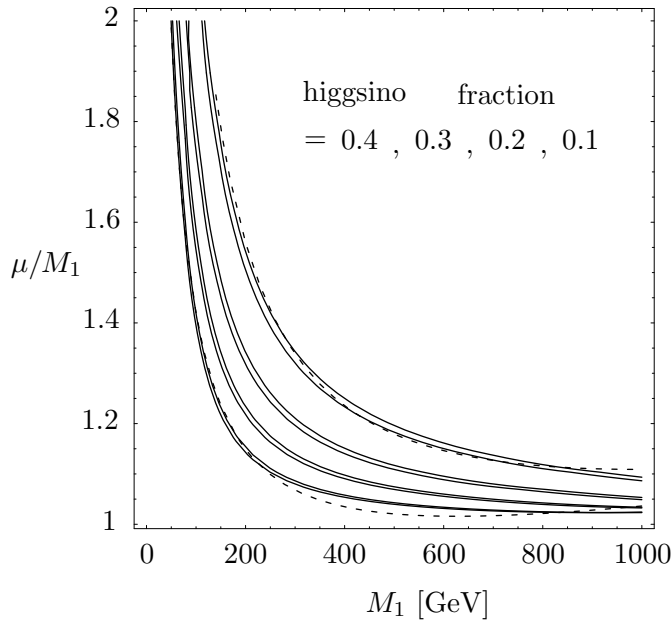


FIG. 3.45 – Iso fraction de higgsino analytiques pour $\tan\beta = 10$ (valeurs plus basses des courbes jumelles) et 50 (valeurs plus hautes des courbes jumelles) en trait plein, et le fit de de l'équation 3.146 pour $f_H = 0.1$ (courbe droite, haute) et $f_H = 0.4$ (courbe gauche, basse) en pontillé.

Nous n'allons pas refaire l'étude de ces modèles, nous nous proposons de donner ici une paramétrisation effective à basse énergie des modèles de type GUT qui sont favorables à la détection indirecte avec les télescopes à neutrinos. En effet on peut remarquer que tous les modèles intéressants avaient les mêmes caractéristiques :

- une fraction de higgsino non négligeable ($0.1 \lesssim f_H \lesssim 0.4$ voir figures 3.34 et 3.37, 3.38, 3.39),

- des canaux d’annihilations dominants $\chi\chi \xrightarrow{\chi_i^+, \chi_i} W^+W^-, ZZ$ ou $\chi\chi \xrightarrow{Z} t\bar{t}$ efficaces pour la densité relique et ayant un spectre énergétique pour les flux.

Or on peut remarquer que toute la physique définissant ces processus ne fait intervenir que les neutralinos et/ou les charginos ainsi que des particules standards. On peut donc rendre compte de ces modèles en suposant que tous les scalaires sont très lourds et ont découlé. Les paramètres nécessaires restants sont alors ceux de la matrice des neutralinos : M_1 , M_2 , μ , $\tan\beta$. Les relations d’unification et les RGE impliquent à basse énergie $M_2 \simeq 2M_1$, par ailleurs une fraction de higgsino $0.1 \lesssim f_H \lesssim 0.4$ implique (voir figure 3.45)

$$1.4 \times 10^{-4} M_1^2 + 0.83 M_1 + 60 \lesssim \mu \lesssim 1.5 \times 10^{-4} M_1^2 + 0.8 M_1 + 150 \quad (3.146)$$

avec une dépendance en $\tan\beta$ négligeable (voir courbes jumelles figure 3.45).

Ainsi, un modèle GUT satisfaisant à basse énergie : $M_{scal} \gg M_1$, $M_2 \simeq 2M_1$ et μ dans l’intervalle de l’équation (3.146) aura une densité relique intéressante et des bons flux de muons. Pour un scan $50 < M_1 < 1000$ GeV, $M_{scal} \gg M_1$, $\tan\beta = 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60$, et μ dans l’enveloppe telle que $0.1 \lesssim f_H \lesssim 0.4$ on trouve alors (voir figure 3.46) :

$$f_H \sim 0.1 \leftrightarrow 5 \times 10^6 \frac{e^{50/m_\chi}}{m_\chi^2} \lesssim \log_{10} [\mu \text{ flux}_\odot] \lesssim 1.5 \times 10^7 \frac{e^{180/m_\chi}}{m_\chi^2} \leftrightarrow f_H \sim 0.4. \quad (3.147)$$

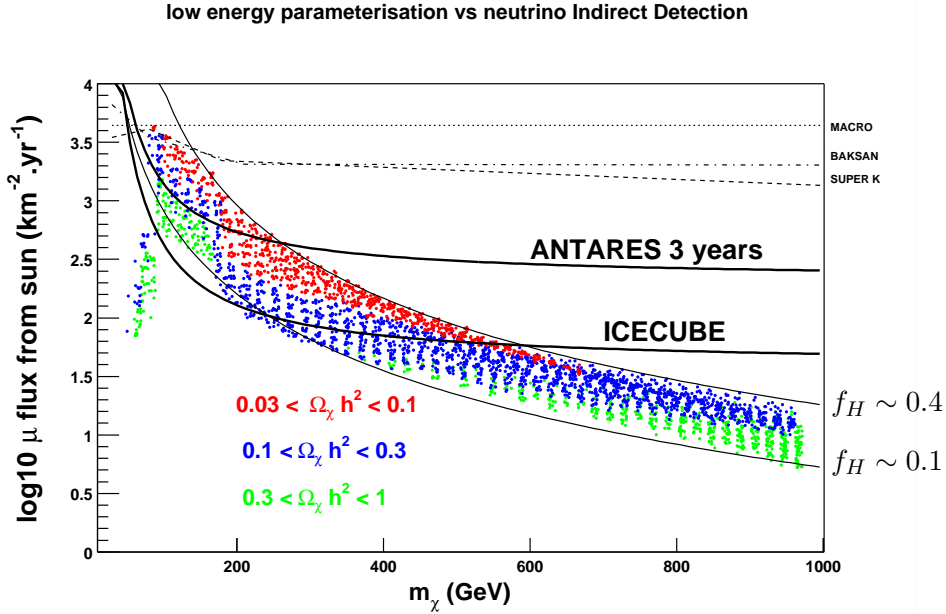


FIG. 3.46 – Paramétrisation basse énergie des modèles RGE intéressants pour la détection indirecte comparée aux sensibilités expérimentales pour les flux de muons provenant du Soleil. Les courbes fines continues sont les fit de l’équation (3.147)

Ainsi, quel que soit le cadre théorique amont envisagé à grande échelle, on voit que la prochaine génération de télescopes (km^3) représente, pour les modèles favorables, un bon potentiel de détection des flux en provenance du Soleil jusqu’à des masses de l’ordre de 500 GeV pour les densités reliques les plus intéressantes.

Chapitre 4

Oscillations de Neutrinos et Leptogénèse dans SO(10)

Sommaire

4.1	Introduction	101
4.2	Oscillations de neutrinos	102
4.3	Masses des neutrinos	107
4.4	La matrice MNS	113
4.5	Leptogénèse	114
4.6	SO(10)	117
4.7	Modèle	118
4.8	Conclusions et perspectives	128

4.1 Introduction

Il est assez certain que notre espace environnant est totalement asymétrique entre baryons et antibaryons (voir chapitre 1). Un moyen simple de rendre compte de cette situation pourrait être de supposer que les conditions initiales de l'Univers étaient telles que cette asymétrie est d'ordre un. Pourtant on peut penser que l'histoire de l'Univers peut être remontée en utilisant la physique des particules connue jusqu'à des températures de l'ordre d'environ 100 GeV certainement suffisantes pour générer des paires quark-antiquark. A ces températures, la nucléosynthèse primordiale requiert le rapport invariant adiabatique

$$Y_B \doteq \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} = 0.7 \times 10^{-10}, \quad (4.1)$$

c'est à dire qu'il y a un quark supplémentaire pour 10^{10} paires quark-antiquark. Eviter un tel ajustement fin par un mécanisme dynamique capable de produire ce nombre partant d'une situation initialement symétrique est le but des scénarii de baryogénèses. De nombreux mécanismes de baryogénèse ont été proposés dans les 30 dernières années (voir par exemple [133] pour une revue), mais la plupart repose sur de la nouvelle physique ad-hoc. Nous préférierions expliquer l'asymétrie baryonique à partir de physique testée et testable expérimentalement. Le modèle standard satisfait ce critère à un très bon degré de précision et il a été montré [134] (voir [135] pour une revue) qu'il satisfait en principe aux conditions de Sakharov [16] (voir section 1). Néanmoins ce qui semblait un très petit nombre pour des conditions initiales, apparait maintenant comme trop grand pour être

réalisé dans le modèle standard. Au minimum, une source de violation de CP au delà de celle de la matrice CKM doit être ajoutée pour résister aux fortes suppressions de GIM (Glashow, Iliopoulos, Maiani) dans le plasma chaud [136],[137]. De plus, la seule possibilité de changer le nombre baryonique dans le modèle standard réside dans les processus dus aux sphalérons qui devraient geler brusquement après la transition de phase électrofaible pour laisser une asymétrie [138]. Comme la transition devient plus faible quand on augmente la masse de l'unique doublet scalaire du MS, d'autres scalaires non standards sont invoqués pour compenser l'augmentation de la limite inférieure sur le Higgs léger. La supersymétrie fournit naturellement de nombreux scalaires supplémentaires, mais obtenir une transition de phase assez forte avec $m_H \approx 100$ GeV nécessite un grand écart entre le stop right et les autres sfermions qui peut sembler peu naturel, et de toute façon cela ne protège pas la baryogénèse électrofaible contre la limite sur un Higgs à ≈ 110 GeV [139]. A moins qu'un scalaire ne soit découvert bientôt, il semble que nous soyons dans la situation pre-[140] où la baryogénèse était l'apanage des très hautes énergies par exemple dans des scénarios de type GUT (voir chapitre 1) avec peu de contraintes expérimentales. Une des possibilités très attrayantes est la leptogénèse [21], où l'on génère une asymétrie leptonique par la désintégration de neutrinos droits lourds de Majorana. Cette asymétrie leptonique est ensuite convertie en asymétrie baryonique par les sphalérons (section 1.4).

Par ailleurs, un signe actuel de nouvelle physique vient de la physique des neutrinos où masses et oscillations semblent se confirmer depuis les 4 dernières années (nous y reviendrons dans la section suivante mais pour une revue récente voir [141]). Si ces masses sont de type Dirac, il faut ajouter des neutrinos droits. Mais il reste une question : pourquoi ces masses sont-elles 10^{10} fois plus faibles que celles des leptons chargés. Une explication naturelle et satisfaisante de cette hiérarchie est fournie par le mécanisme de *see-saw* [142, 143, 144]. Cela consiste en l'obtention de masses légères au prix ici encore de neutrinos droits lourds de Majorana.

Il semble alors évident que physique des neutrinos et leptogénèse sont reliées, ce que nous avons fait dans un modèle simple à 3 familles de type SO(10) très contraint par les données expérimentales. Après avoir revu les aspects théoriques et expérimentaux des oscillations de neutrinos, nous décrirons les différents termes de masses possibles. Nous décrirons ensuite le mécanisme de leptogénèse et les apports utiles du groupe SO(10) afin de formuler notre modèle et ses résultats.

4.2 Oscillations de neutrinos

4.2.1 Théorie

Oscillations dans le vide :

Si les neutrinos sont massifs et mélangés, le phénomène d'oscillations dans le vide peut avoir lieu. Les états neutrinos produits par les interactions faibles ne sont pas les états propres de masse/propagation. On peut alors écrire une matrice de mélange U entre la base d'interaction $\{|\nu_\alpha\rangle\}$ et la base des états de propagation $\{|\nu_i\rangle\}$.

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^n U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle \quad (4.2)$$

Après une distance L ou de façon équivalente pour des neutrinos relativistes, un temps t , l'évolution de l'état initial α est donnée par :

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{i=1}^n U_{\alpha i}^* |\nu_i(t)\rangle \quad (4.3)$$

Il peut alors être détecté par une interaction par courant chargé $\nu_\alpha(t)N' \rightarrow l_\beta N$ avec la probabilité

$$P_{\alpha\beta} = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \left| \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n U_{\alpha i}^* U_{\beta j} \langle \nu_j(0) | \nu_i(t) \rangle \right|^2, \quad (4.4)$$

On utilise l'approximation d'onde plane pour $|\nu\rangle$ [145] et le fait que les neutrinos sont relativistes pour ce qui nous intéresse

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i(0)\rangle; \quad E_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2} \simeq p_i + \frac{m_i^2}{2E_i}. \quad (4.5)$$

On peut aussi supposer que $p_i \simeq p_j \equiv p \simeq E$, la probabilité de transition $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2$ est alors donnée par

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = \delta_{\alpha\beta} & - 4 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \operatorname{Re}[U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}] \sin^2 \left(\Delta m_{ij}^2 \frac{L}{4E} \right) \\ & + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \operatorname{Im}[U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}] \sin^2 \left(\Delta m_{ij}^2 \frac{L}{4E} \right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

où le dernier terme viole CP . La longueur $x = 4\pi E / \Delta m_{ij}^2$ est donc celle la plus sensible aux oscillations entre α et β .

Cas de deux saveurs $\alpha = e, \mu$:

Si on "oublie" la partie violant CP , la matrice U est alors de la forme :

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$|\nu_e(t)\rangle = e^{-iE_1 t} \cos \theta |\nu_1\rangle - e^{-iE_2 t} \sin \theta |\nu_2\rangle \quad (4.8)$$

$$\langle \nu_\mu | \nu_e(t) \rangle = e^{-iE_1 t} \cos \theta \sin \theta - e^{-iE_2 t} \sin \theta \cos \theta \quad (4.9)$$

$$= -\frac{\sin 2\theta}{2} (e^{-iE_2 t} - e^{-iE_1 t}) \quad (4.10)$$

$$= -e^{-i\frac{E_1+E_2}{2}t} \frac{\sin 2\theta}{2} (e^{i\frac{E_1-E_2}{2}t} - e^{-i\frac{E_1-E_2}{2}t}) \quad (4.11)$$

$$= -e^{-i\frac{E_1+E_2}{2}t} \frac{\sin 2\theta}{2} 2i \sin\left(\frac{E_1-E_2}{2}t\right) \quad (4.12)$$

avec $E_m \simeq |p| + \frac{m_m^2}{2|p|}$ et $\Delta m^2 = m_1^2 - m_2^2$, la probabilité $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(x)$ s'écrit :

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(x) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\Delta m^2 \frac{L}{4E} \right). \quad (4.13)$$

Typiquement, pour une expérience où $\langle L \rangle$ et $\langle E \rangle$ sont fixées, les approximations faites peuvent toujours être satisfaites dans une région où Δm^2 est suffisamment grand pour que

l'on soit dans la région moyennée $\langle \sin^2(\Delta m^2 L/4E) \rangle = 1/2$. Aussi, aucune borne ne peut être mise sur Δm^2 et les résultats négatifs $\langle P_{\alpha\beta} \leq P_L \rangle$ sont dans le coin haut-droit du plan $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$ limités par (figure 4.1b) :

- une ligne verticale en $\sin^2 2\theta = 2P(L)$ pour $\Delta m^2 \gg E/L$,
- la courbe limite $\Delta m^2 \sin 2\theta = 4\sqrt{P_L/\langle L/E \rangle}$ obtenue par développement de la phase oscillante pour $\Delta m^2 \ll E/L$.

Oscillations dans la matière :

Les phénomènes d'oscillations des neutrinos peuvent également avoir lieu dans la matière mais, la matière ne contient que des électrons (pas de muon ni de tau). Aussi les phénomènes d'oscillations seront différents selon les saveurs.

En effet un faisceau de ν_e à travers la matière subit des interactions faibles par courant chargé et par courant neutre avec les électrons, mais les ν_μ et ν_τ ne vont interagir avec les électrons que par courant neutre ; les amplitudes d'interaction seront donc différentes. Ces différences modifient les masses effectives dans la matière.

Revenons sur le cas du vide :

Considérons les états propres de masse $|\nu_1\rangle$ et $|\nu_2\rangle$ qui sont les états de propagation. Si ψ est la fonction d'onde

$$\nu_{1,2} = \langle \nu_{1,2} | \psi \rangle$$

L'évolution s'écrit :

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_1(t) \\ \nu_2(t) \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \nu_1(t) \\ \nu_2(t) \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

H est diagonal dans cette base :

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} \simeq |p| + \begin{pmatrix} \frac{m_1^2}{2|p|} & 0 \\ 0 & \frac{m_2^2}{2|p|} \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

L'évolution des états de saveurs $\nu_{e,\mu} = \langle \nu_{e,\mu} | \psi \rangle$ est donnée par :

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_\mu(t) \end{pmatrix} = H' \begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_\mu(t) \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

$$H' = U H U^\dagger = |p| + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4|p|} + \frac{\Delta m^2}{4|p|} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

$$\text{où } \tan 2\theta = \frac{2H'_{12}}{H'_{22} - H'_{11}}.$$

Si maintenant les neutrinos traversent la matière dont la densité est uniforme, la diffusion élastique des neutrinos change leur masse effective .

L'interaction s'écrit :

$$I = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{e}(p_1) \gamma_\lambda \frac{(1-\gamma_5)}{2} \nu_e(p_2) \right\} \left\{ \bar{\nu}_e(p_3) \gamma^\lambda \frac{(1-\gamma_5)}{2} e(p_4) \right\} \quad (4.18)$$

$$\stackrel{\text{Fierz}}{=} \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{\nu}_e(p_3) \gamma_\lambda \frac{(1-\gamma_5)}{2} \nu_e(p_2) \right\} \left\{ \bar{e}(p_1) \gamma^\lambda \frac{(1-\gamma_5)}{2} e(p_4) \right\} \quad (4.19)$$

pour une diffusion avec déviation nulle : $p_2 = p_3 = p$ et en prenant la moyenne sur 2 spineurs et sur le nombre d'électrons

$$I = 2G_F \overline{\nu_{eL}}(p) \gamma_\lambda \nu_{eL}(p) \langle \bar{e} \gamma^\lambda (1-\gamma_5) e \rangle \quad (4.20)$$

l'équation de Dirac donne :

$$(\not{k} - m_e)u(k) = 0 \quad (4.21)$$

supposons les électrons au repos on a alors :

$$(\gamma_0 - 1)u(m_e, 0) = 0 \quad (4.22)$$

avec $\gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$.

Les électrons sont des particules avec des spineurs de type :

$$u^{(1)}(m_e, 0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; u^{(2)}(m_e, 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

En moyennant on a $\langle \gamma_0 \rangle \neq 0$, $\langle \gamma_i \rangle = 0$, $\langle \gamma_5 \rangle = 0$, $\langle \gamma^i \gamma_5 \rangle$ proportionnel au spin, et on peut considérer autant de spins up que de down .

La seule contribution est donc :

$$\langle \bar{e} \gamma_0 e \rangle = \langle e^\dagger e \rangle = n_e \quad (4.24)$$

où n_e est le nombre d'électrons par unité de volume.

La contribution dominante au Lagrangien effectif est : $\sqrt{2}G_F n_e \bar{\nu}_{eL} \gamma_0 \nu_{eL}$ (pour $\lambda = 0$).

Pour les interactions par courants neutres, de la même manière on obtient pour ν_e et ν_μ :

$$\sqrt{2}G_F \sum_f [n_f I_{3L}^{(f)} - 2 \sin^2 \theta_W Q^{(f)}] \quad (4.25)$$

où f = électrons, protons, neutrons.

Pour de la matière neutre $n_e = n_p$ or $Q_p = 1$; $I_{3Lp} = \frac{1}{2}$; $Q_e = -1$; $I_{3Le} = -\frac{1}{2}$, donc le terme se réduit à $-\sqrt{2}G_F \frac{n_n}{2}$ et on a une même contribution par courant neutre pour les ν_μ et ν_τ alors que la contribution par courant chargé n'affecte que les ν_e .

Le nouvel Hamiltonien s'écrit donc :

$$\tilde{H} = |p| + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4|p|} - \frac{1}{\sqrt{2}}G_F n_n + \begin{pmatrix} -\frac{\Delta}{4|p|} \cos 2\theta + \sqrt{2}G_F n_e & \frac{\Delta}{4|p|} \sin 2\theta \\ \frac{\Delta}{4|p|} \sin 2\theta & \frac{\Delta}{4|p|} \cos 2\theta \end{pmatrix}. \quad (4.26)$$

L'angle de mélange effectif est alors :

$$\tilde{\theta} = \frac{2\tilde{H}_{12}}{\tilde{H}_{22} - \tilde{H}_{11}} = \frac{\Delta \sin 2\theta}{\Delta \cos 2\theta - 2\sqrt{2}G_F n_e |p|}. \quad (4.27)$$

Ainsi l'angle de mélange change dans la matière et même avec un petit angle dans le vide θ , on peut avoir un mélange total maximal tel que $\tan 2\tilde{\theta} = \infty$ c'est à dire $\tilde{\theta} = \frac{\pi}{4}$ si $n_e = \frac{\Delta \cos 2\theta}{2\sqrt{2}G_F n_e |p|}$.

Les valeurs propres de \tilde{H} sont :

$$E_{1,2} = |p| - \frac{1}{\sqrt{2}}G_F n_n + \tilde{m}_{1,2}^2 \quad (4.28)$$

avec

$$\tilde{m}_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[(m_1^2 + m_2^2 + 2\sqrt{2}G_F n_e |p|) \mp \sqrt{(\Delta \cos 2\theta - 2\sqrt{2}G_F n_e |p|)^2 + \Delta^2 \sin^2 2\theta} \right] \quad (4.29)$$

Neutrinos atmosphériques et des réacteurs nucléaires			
	$\Delta m_a^2(\text{eV}^2)$	$\tan^2 \theta_a$	U_{e3}
	3×10^{-3}	1.4	< 0.2
Neutrinos solaires			
	$\Delta m_\odot^2(\text{eV}^2)$	$\tan^2 \theta_\odot$	$\sin \theta_\odot$
LMA	5×10^{-5}	0.4	0.54
SMA	5×10^{-6}	1.5×10^{-3}	0.039
LOW	8×10^{-8}	0.61	0.62
VAC	4.6×10^{-10}	1.8	0.8

TAB. 4.1 – Contraintes sur les masses et les mélanges des neutrinos à partir des données sur les neutrinos solaires, atmosphériques et des réacteurs nucléaires [4].

4.2.2 Résultats expérimentaux

Les neutrinos solaires

Les neutrinos solaires sont des neutrinos électroniques produits dans les réactions thermonucléaires qui génèrent l'énergie du Soleil. Ces réactions ont lieu principalement par les cycles pp et CNO. Il y a 5 réactions produisant des ν_e dans la chaîne pp et 3 dans le cycle CNO. Le résultat des 2 chaînes est la fusion de protons en ${}^4\text{He}$



où l'énergie relachée par la réaction, $Q = 4m_p - m_{{}^4\text{He}} - 2m_e \simeq 26$ MeV est principalement irradiée par les photons et seulement une faible partie est emportée par les neutrinos $\langle E_{2\nu_e} \rangle = 0.59$ MeV. Dans le cadre du modèle standard solaire (SSM), le flux de neutrinos Φ^{SSM} peut être déduit de la luminosité du Soleil L ($\Phi^{SSM} = L/2\pi d^2 E$). Le flux le plus fort $\Phi_{\nu_e} = 6.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ vient de la réaction



dont l'énergie maximum pour le neutrino est de 0.42 MeV. Les autres processus importants sont $e^- + {}^7\text{Be} \rightarrow \nu_e + {}^7\text{Li}$ avec $\Phi_{\nu_e} = 4.9 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, $E_\nu = 0.86$ MeV et ${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + e^+ + \nu_e$, avec $\Phi_{\nu_e} = 5.0 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, $E_\nu \leq 0.86$ MeV. Les expériences Gallex, Sage, Homestake, (Super-)Kamiokande¹ observent toutes dans leur intervalle d'énergie respectif un déficit $\Phi^{obs}/\Phi^{SSM} \sim 0.3 - 0.6$ (qui évoque une moyenne d'oscillation $\int_0^\pi \sin^2 x dx = 1/2$). Ce déficit varie pour chaque expérience ce qui semble indiquer une dépendance de l'effet avec l'énergie. Les résultats de l'expérience SNO sur les courant chargés et le recoupement avec les résultats sur les diffusions élastiques de Super-K (les deux expériences étant sensibles principalement aux flux de ${}^8\text{B}$) excluent à $\sim 3\sigma$ une explication du déficit sans conversion de saveur. Enfin les résultats de SNO sur les courants neutres indiquent une évidence pour des oscillations ν_e vers $\nu_{\mu,\tau}$ à 5.3σ indépendamment du modèle solaire.

Les interprétations et “fit” des données donnent alors les possibilités suivantes ordonnées par ordre de χ^2 décroissant [141]:

- LMA (large mixing angle): oscillations dans la matière avec un grand angle de mélange $\tan^2 \theta \sim 0.4$ et pour $\Delta m^2 \sim 5 \times 10^{-5} (\text{eV}^2)$,
- LOW: oscillations dans la matière pour une faible différence de masse $\Delta m^2 \sim 7.9 \times 10^{-8} (\text{eV}^2)$ et $\tan^2 \theta \sim 0.61$,

1. Raymond Davis Jr (Homestake) et Masatoshi Koshiha (Kamiokande) ont reçu le prix Nobel de physique 2002.

- VAC ou VO (vacuum oscillations) : oscillations dans le vide $\tan^2 \theta \sim 1.8$ et pour $\Delta m^2 \sim 4.6 \times 10^{-10} (\text{eV}^2)$,
- SMA (small mixing angle) : oscillation dans la matière avec un petit angle de mélange $\tan^2 \theta \sim 1.5 \times 10^{-3}$ et pour $\Delta m^2 \sim 5 \times 10^{-6} (\text{eV}^2)$.

Après les derniers résultats de SNO [146] les solutions SMA et VAC deviennent très marginales.

Nous n'avons pas pris en compte les résultats très polémiques de l'expérience LSND revendiquant une mise en évidence d'oscillations $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ avec un $\Delta m^2 \sim 1 (\text{eV}^2)$ ce qui requiert alors 4 saveurs de neutrinos. En effet ce résultat est presque totalement contredit par Karmen. Ce problème sera tranché dans le futur par l'expérience Miniboone. Les prochaines phases de SNO ainsi que les projets Borexino et Kamland permettront de clarifier le problème des neutrinos solaires et de converger vers "la" solution.

Les neutrinos atmosphériques

Ils sont engendrés dans les cascades provenant des collisions entre les rayons cosmiques et les noyaux de l'atmosphère terrestre:

$$p(\text{cosmique}) + X(\text{atmosphère}) \rightarrow \pi^+ + Y$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

Les résultats expérimentaux donnent pour le rapport R :

$$R = \frac{\left(\frac{\nu_\mu}{\nu_e}\right)_{\text{obs}}}{\left(\frac{\nu_\mu}{\nu_e}\right)_{\text{monte carlo}}} = 0.638$$

Il y aurait donc disparition de ν_μ ou augmentation de ν_e , mais les distributions de ν_e sont bien reproduites par les simulations MC alors que les ν_μ présentent un déficit.

Réacteurs nucléaires

De plus autour des centrales nucléaires on peut mesurer la disparition de $\bar{\nu}_e$. Les résultats de l'expérience Chooz sont les plus contraignants. Ils interdisent les oscillations $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ pour les neutrinos atmosphériques et contraignent l'élément de matrice $U_{e3} < 0.2$. Les valeurs pour les oscillations de neutrinos atmosphériques sont alors un angle maximum $\tan^2 \theta \sim 1.4$ et une différence de masses carrées $\Delta m^2 \sim 3.1 \times 10^{-3} (\text{eV}^2)$. Les expériences dites de "long-baseline" K2K et Minos devraient améliorer les incertitudes sur ces paramètres. Opera et Minos devraient en plus pouvoir signer une apparition de ν_τ .

Les possibilités d'oscillations et la situation expérimentale sont résumées dans le tableau 4.1 et la figure 4.1. Antares devrait certainement pouvoir confirmer les oscillations des neutrinos atmosphériques et les ordres de grandeurs des paramètres Δm_{atm}^2 et $\sin^2 \theta_{atm}$ et observer le premier minimum de l'oscillation si le seuil de l'expérience est suffisamment bas ($\sim 10 \text{ GeV}$).

4.3 Masses des neutrinos

Pour un texte complet sur les neutrinos massifs on pourra se référer à [148].

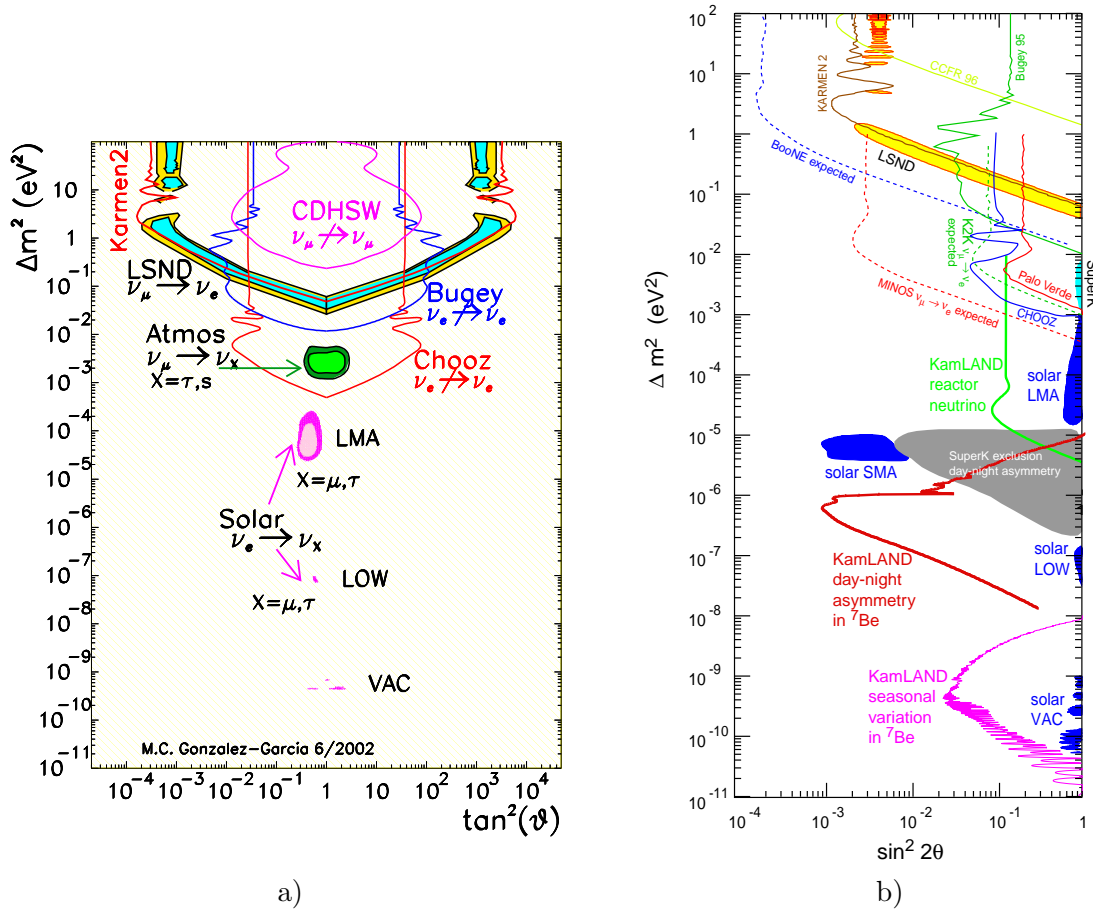


FIG. 4.1 – Résumé de la situation expérimentale sur les oscillations de neutrinos dans les plans a) ($\Delta m^2, \tan^2 \theta$) [141] et b) ($\Delta m^2, \sin^2 2\theta$) [147].

4.3.1 Introduction

La dénomination particule et antiparticule est définie par conservation de nombre quantique. S'il n'y a pas un ou plusieurs nombres quantiques conservés qui distinguent les états particule et antiparticule, la particule est sa propre antiparticule. Imaginons une particule se déplaçant dans un repère avec son spin et son impulsion antiparallèles. Il s'agit donc d'une particule gauche. Considérons un observateur dans un référentiel plus rapide que cette particule, pour lui la particule est droite. La charge étant un invariant de Lorentz, pour une particule chargée il est clair que l'observateur "voit" une particule droite et non une antiparticule droite. Mais pour une particule ne possédant pas de charge conservée discriminant particule et antiparticule, on peut imaginer que l'observateur voit une antiparticule droite échangée par les boost avec la particule gauche, ces deux composantes formant la partie gauche et droite du même champ fermionique. On parle alors de particule de Majorana, la particule est sa propre antiparticule. Cette remarque présente d'autant plus d'intérêt si on sait qu'il n'existe pas l'hélicité droite pour la dite particule ... comme le neutrino dans le Modèle Standard.

Un neutrino de Majorana est son propre antineutrino.

4.3.2 Spineurs de Weyl, spineurs de Dirac, conjugaison de charge, spineurs de Majorana

Les champs associés aux particules sont des représentations du groupe de Poincaré. Il existe deux représentations irréductibles de $SL(2, \mathbb{C})$ 1 et 2, se transformant sous les transformations $\{M_1\}$ et $\{M_2\}$, que seules différencient les boost de Lorentz. Les objets se transformant sous M_1 et M_2 dans un changement de coordonnées de l'espace de Minkowski sont des spineurs de Weyl (2 composantes indépendantes). Par analogie avec l'hélicité on appelle gauche (L) les objets de type 1 et droit (R) les objets de type 2.

Spineur de Weyl :

Un spineur de Weyl n'a que deux composantes, une particule décrite par un spineur de Weyl est sans masse. En terme d'opérateurs de création et d'annihilation, un champ de Weyl ψ_L peut annihiler une particule gauche ou créer une antiparticule droite, tandis que $(\psi^c)_R = C\bar{\psi}_L^T$ peut annihiler une particule droite ou créer une particule gauche.

Spineur de Dirac :

On réunit deux de ces spineurs dans un bi-spineur de Dirac $\psi_D = (\psi_L, \psi_R)$ où ψ_L et ψ_R sont indépendants. Un spineur ψ_D de Dirac possède donc 4 composantes complexes indépendantes correspondant à la particule et à l'antiparticule chacune ayant des hélicités droite ou gauche : $\nu_L, \bar{\nu}_R, \nu_R$ et $\bar{\nu}_L$ (états).

En notation à 4 composantes ($\psi_L \rightarrow (\psi_L, 0, 0)$) les parties ψ_L et ψ_R de ce spineur de Dirac se déduisent par projection avec les opérateurs de chiralité :

$$\psi_L = \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \psi_D ; \psi_R = \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \psi_D ; \psi_D = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

On définit l'opération conjugaison de charge $C = i\gamma_0\gamma_2$ par : $C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T$

$$C : \begin{cases} \psi_L \longrightarrow (\psi^c)_L = (\psi_R)^c \\ \psi_R \longrightarrow (\psi^c)_R = (\psi_L)^c \end{cases}$$

Le spineur c-conjugué est défini par :

$$\begin{aligned} \psi_L \longrightarrow (\psi_L)^c &\equiv C\bar{\psi}_L^T \\ &= C\gamma_0\psi_L^* \end{aligned}$$

de même :

$$\begin{aligned} \psi_R \longrightarrow (\psi_R)^c &\equiv C\bar{\psi}_R^T \\ &= C\gamma_0\psi_R^* \end{aligned}$$

où $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma_0$, et on a :

$$\begin{aligned} \overline{(\psi_L)^c} &= -\psi_L^T C^{-1} \\ \overline{(\psi_R)^c} &= -\psi_R^T C^{-1} \end{aligned}$$

Spineur de Majorana :

Il est défini par $(\psi_M)^c = r\psi_M$ où $|r| = 1$ est une phase choisie par convention. On a donc

$$\psi_M = \begin{pmatrix} \psi_L \\ (\psi_L)^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_L \\ (\psi^c)_R \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

Il ne nécessite qu'un spineur de Weyl ψ_L et son conjugué, il possède donc seulement 2 composantes indépendantes. C'est l'équivalent spinoriel d'un champ scalaire réel. Un champ de Dirac (complexe) peut donc être vu comme 2 champs de Majorana (réels) de même masse.

Résumé :

$$\begin{aligned}\psi_M &= \psi_L + (\psi_L)^c = \psi_L + (\psi^c)_R \\ \psi_D &= \psi_L + \psi_R = \psi_L + ((\psi^c)_L)^c\end{aligned}$$

Dans la suite de la section 4.3, nous allons écrire différents termes de masse. Les ν seront des spineurs de Weyl et (en notation à 4 composantes) $\bar{\nu} = \nu^\dagger \gamma_0$ et on notera N_R les neutrinos droits.

Du point de vue de l'invariance de Lorentz, si on ne tient pas compte des charges de jauge, un terme de masse doit donc être un scalaire de Lorentz *i.e.* invariant par parité. Or $x \xrightarrow{P} -x$ donc $L \xrightarrow{P} R$ aussi un scalaire sera de la forme

$$S = \bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L$$

c'est à dire formé de produits de spineurs de type L et R .

4.3.3 Masse de Dirac

En supposant l'existence de neutrinos droits N_R on peut écrire un terme de masse de Dirac pour les neutrinos :

$$\mathcal{L}^D = - \sum_{l,l'} \bar{N}_{lR} M_{ll'}^D \nu_{l'L} + h.c \quad (4.34)$$

avec $l, l' = e, \mu, \tau$; et M^D matrice complexe 3×3 .

Pour une seule génération on aurait :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^D &= -m_D (\bar{N}_R \nu_L + \bar{\nu}_L N_R) \\ &= -m_D \bar{\nu} \nu\end{aligned}$$

Le champ propre de masse est $\nu = \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_R \end{pmatrix}$.

Ce terme mélange deux spineurs de Weyl de chiralités différentes indépendants.

4.3.4 Masse de Majorana

Si on ne postule pas l'existence de neutrinos droits on peut quand même construire un scalaire de Lorentz avec ν_L et son propre conjugué (qui est de type droit) et ainsi écrire un terme de masse dit de Majorana (pour les neutrinos gauches) :

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \sum_{l,l'} \overline{(\nu_L)^c} M_{ll'}^M \nu_{l'L} + h.c, \quad (4.35)$$

où M^M est une matrice 3×3 complexe symétrique. Dans ce terme, un seul spineur de Weyl est utilisé ν_L et son conjugué $(\nu_L)^c \equiv C \bar{\nu}_L^T = (\nu^c)_R$ qui ne lui est donc pas indépendant.

Pour une seule génération on obtient :

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2}m_L^M[(\nu_L)^c\nu_L + \bar{\nu}_L(\nu_L)^c] \quad (4.36)$$

$$= -\frac{1}{2}m_L^M(\overline{\nu_L + (\nu_L)^c})(\nu_L + (\nu_L)^c). \quad (4.37)$$

Le champ propre de masse $\nu^M = \nu_L + (\nu_L)^c$ est de Majorana.

Ce terme viole la conservation de L par 2 unités. Si on postule l'existence de neutrinos droits, un même type de terme peut être construit avec N_R et son conjugué (équation 4.40).

4.3.5 Terme de masse de Dirac et de Majorana

Si aucun des nombres leptoniques n'est conservé et si les neutrinos ont les deux chiralités, on peut écrire le terme de masse le plus général suivant :

$$\mathcal{L}^{D+M} = \mathcal{L}^D + \mathcal{L}_L^M + \mathcal{L}_R^M$$

$$\mathcal{L}^D = -\sum_{l,l'} \overline{N_{lR}} M_{ll'}^D \nu_{l'L} + h.c \quad (4.38)$$

$$\mathcal{L}_L^M = -\frac{1}{2} \sum_{l,l'} \overline{(\nu_{lL})^c} M_{ll'}^L \nu_{l'L} + h.c \quad (4.39)$$

$$\mathcal{L}_R^M = -\frac{1}{2} \sum_{l,l'} \overline{(N_{lR})^c} M_{ll'}^R N_{l'R} + h.c \quad (4.40)$$

avec M^D, M^L, M^R 3 matrices complexes et $l, l' = e, \mu, \tau$. Les états propres de masse sont en général des champs de Majorana.

Pour une seule génération, on a

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\frac{1}{2}m_L^M \overline{(\nu_L)^c} \nu_L - m_D \overline{N_R} \nu_L - \frac{1}{2}M_R \overline{N_R} (N_R)^c + h.c.$$

Si on suppose une invariance sous CP m_L, m_D, m_R sont réelles et

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{(\nu_L)^c} & \overline{N_R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ (N_R)^c \end{pmatrix} + h.c. \quad (4.41)$$

Où on a utilisé $\overline{(\nu_L)^c} (N_R)^c = \nu_L \overline{N_R}$.

Diagonalisons cette matrice, les valeurs propres sont :

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \left[(M_R + m_L) \mp \sqrt{(M_R + m_L)^2 + 4m_D^2} \right], \quad (4.42)$$

et les états propres sont 2 particules de Majorana :

$$\eta_1 = \cos \theta \nu_L - \sin \theta (N_R)^c \quad ; \quad \eta_2 = \sin \theta \nu_L + \cos \theta (N_R)^c \quad (4.43)$$

$$\text{avec} \begin{cases} \text{Diag}(-m_1, m_2) = O M O^T \\ O = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \\ \tan 2\theta = \frac{m_D}{m_R - m_L} \end{cases}$$

Quelques remarques :

Dans le Modèle Standard on n'a pas de neutrino droit. Seul un terme de masse de Majorana gauche serait donc envisageable. Or ce terme de masse brise le nombre leptonique L de deux unités et L est presque conservé (sauf anomalie) dans le Modèle Standard. De plus, l'invariance de jauge $SU(2)$ dans le MS sans extension du secteur scalaire interdit aussi en partie ce terme dans une forme "nue" ($\mathbf{2} \times \mathbf{2} = \mathbf{1} + \mathbf{3}$). Aussi, pour générer une telle masse par le mécanisme de Higgs et la vev de champs scalaires, il est donc nécessaire d'étendre le secteur scalaire du MS par un singlet et/ou un triplet pour obtenir une masse de Majorana gauche (une discussion complète de ces extensions minimales du MS sera trouvée dans [148]).

Si on s'autorise l'addition au MS de neutrinos droits, un terme de masse de Dirac pur étant interdit par invariance de jauge ($\mathbf{2}(L) \times \mathbf{1}(R) = \mathbf{2}$), on peut alors comme pour les autres particules se contenter de générer des masses de Dirac par couplages de Yukawa et brisure de symétries pour les neutrinos avec le doublet scalaire du MS. Mais les masses des neutrinos sont très faibles ($< \text{voire} \ll 1 \text{ eV}$) et impliquent donc dans le cas de masses de Dirac seules une très forte hiérarchie dans les couplages de Yukawa ($h_\nu^{\text{max}}/h_t \lesssim 10^{-9}$) qui requiert une explication. On comprend donc que les masses de neutrinos sont un appel vers de la nouvelle physique.

Une solution élégante et naturelle est fournie par le mécanisme de "see-saw".

4.3.6 Mécanisme de see-saw(bascule)

Ce mécanisme consiste à rendre une particule légère au prix d'une particule lourde. On considère une hiérarchie dans les valeurs des différents éléments de la matrice de masse (4.41) :

$$M_R \gg m_D \gg m_L$$

et prenons $m_L = 0$ c'est à dire pas de masse de Majorana pour ν_L afin de ne pas briser L à basse énergie.

La valeur propre légère devient alors $m_1 \simeq \frac{m_D^2}{M_R}$.

De façon plus justifiée :

L'existence de "places" libres pour des singlets de $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ dans les représentations de tous les groupes de grande unification plus grand que $SU(5)$ rend plausible l'existence de neutrinos droits (ceci est remarquable dans le cas de $SO(10)$ voir 4.6). Supposons donc que les neutrinos droits N_R lourds ($\sim M_{GUT}$) existent et que le nombre leptonique est brisé (à haute énergie). Les termes de masses possibles sont alors des masses de Dirac et des masses de Majorana pour les neutrinos droits

$$\mathcal{L}_{\text{see-saw}} = -\overline{N_R} m_D \nu_L - \frac{1}{2} \overline{N_R} M_R (N_R)^c + h.c. \quad (4.44)$$

$$= -\frac{1}{2} \overline{\nu_L} m_\nu^{\text{eff}} (\nu_L)^c \quad (4.45)$$

avec la relation du see-saw [142, 143, 144]

$$m_\nu^{\text{eff}} = m_D M_R^{-1} m_D^T \quad (4.46)$$

Les masses légères de neutrinos sont quadratiques en les masses de Dirac et inversement proportionnelles aux masses de Majorana lourdes. Si comme c'est le cas pour les autres particules, on suppose pour les neutrinos une forte hiérarchie entre les familles soit $m_3^2 \approx \Delta m_{\text{atm}}^2$ et des masses de Dirac de l'ordre des fermions (couplages de Yukawa de même ordre) soit $m_{D33} \approx m_t$, on obtient alors $M_{R33} = 0.6 \times 10^{15} \text{ GeV}$ remarquablement proche de M_{GUT} .

4.4 La matrice MNS

Cette matrice [149] est la matrice qui intervient dans les courants chargés si les neutrinos sont massifs

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{ij} \overline{e_{Lj}} \gamma^\mu U_{ij} \nu_{Lj} W_\mu^- + \dots \quad (4.47)$$

Les masses des leptons chargés et des neutrinos sont données par les valeurs propres de la matrice complexe de masse des leptons chargés m_{LR}^E et de la matrice complexe symétrique de Majorana des neutrinos m_{LL}^ν .

$$V^{E_L} m_{LR}^E V^{E_R \dagger} = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \quad (4.48)$$

$$V^{\nu_L} m_{LL}^\nu V^{\nu_L T} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

V^{E_L} , V^{E_R} , V^{ν_L} sont des transformations unitaires sur les champs de leptons chargés gauches E_L , sur les champs de leptons chargés droits E_R , et sur les champs de neutrinos gauches ν_L telles que les matrices de masses soient diagonales et avec des valeurs propres réelles. On peut alors paramétriser ces rotations par

$$V^\dagger = P U_{23} U_{13} U_{12} \quad (4.50)$$

avec

$$U_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} e^{-i\delta_{23}} \\ 0 & -s_{23} e^{i\delta_{23}} & c_{23} \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

$$U_{13} = \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} e^{-i\delta_{13}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} e^{i\delta_{13}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

$$U_{12} = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} e^{-i\delta_{12}} & 0 \\ -s_{12} e^{i\delta_{12}} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

et où P est une matrice de phases $P = \text{Diag}(e^{i\phi_1}, e^{i\phi_2}, e^{i\phi_3})$ (P peut être réabsorbée par une rotation supplémentaires des leptons chargés $\Delta V^{E_L} = P^\dagger$ quand on ne traite que du secteur léger des neutrinos et où les parties imaginaires du secteur de Dirac ne sont pas fondamentales comme elles le sont pour la leptogénèse).

La matrice MNS est alors donnée par

$$U_{MNS} = V^{E_L} V^{\nu_L \dagger} \quad (4.54)$$

$$= U_{12}^{E_L \dagger} U_{13}^{E_L \dagger} U_{23}^{E_L \dagger} P^{E_L \dagger} P^{\nu_L} U_{23}^{\nu_L} U_{13}^{\nu_L} U_{12}^{\nu_L} \quad (4.55)$$

avec des phases et des angles indépendants pour les secteurs des neutrinos gauches et des leptons chargés dans les conventions des équations 4.51,4.52,4.53 et peut aussi toujours être paramétrisée par

$$U_{MNS} = e^{i\phi_0} U_{23} U_{13} U_{12} \text{Diag}(1, e^{i\phi_1}, e^{i\phi_2}) \quad (4.56)$$

qui implique six phases et trois angles de mélanges. En omettant la phase globale ϕ_0 , et en associant aux angles des matrices U_{12} , U_{13} et U_{23} les résultats expérimentaux on obtient

$$\begin{aligned}
 U &= \underbrace{U_{23}}_{atm} \cdot \underbrace{U_{13}}_{Chooz} \cdot \underbrace{U_{12}}_{sun} \cdot \text{Diag}(1, e^{i\phi_1}, e^{i\phi_2}) = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} c_{sun}c_{e3} & s_{12}^*c_{e3} & s_{13}^* \\ -s_{12}c_{atm} - c_{sun}s_{23}^*s_{13} & c_{sun}c_{atm} - s_{12}^*s_{23}^*s_{13} & s_{23}^*c_{e3} \\ s_{12}s_{23} - c_{sun}c_{atm}s_{13} & -c_{sun}s_{23} - s_{12}^*c_{atm}s_{13} & c_{atm}c_{e3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\phi_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\phi_2} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \quad (4.57)$$

où les paramètres complexes sont :

$$\begin{aligned}
 s_{12} &= s_{sun}e^{i\delta_{12}} \\
 s_{13} &= s_{e3}e^{i\delta_{13}} \\
 s_{23} &= s_{atm}e^{i\delta_{23}}
 \end{aligned}$$

Lien avec une autre paramétrisation usuelle :

L'équation (4.56) peut se réécrire

$$U_{MNS} \equiv U = e^{i\phi_0} \text{Diag}(1, e^{i\phi_{l2}}, e^{i\phi_{l3}}) U'_{23} U'_{13} U'_{12} \text{Diag}(1, e^{i(\phi_1 - \phi_{l2})}, e^{i(\phi_2 - \phi_{l3})}) \quad (4.58)$$

où les U'_{ij} ont les mêmes angles de mélanges que les matrices des équations (4.51), (4.52) et (4.53) mais des phases différentes δ'_{23} , δ'_{13} et δ'_{12} , et avec

$$\delta_{12} = \delta'_{12} + \phi_{l2} \quad (4.59)$$

$$\delta_{23} = \delta'_{23} - \phi_{l2} + \phi_{l3} \quad (4.60)$$

$$\delta_{13} = \delta'_{13} + \phi_{l3}. \quad (4.61)$$

$$\text{On veut alors } \begin{cases} \delta'_{12} \equiv \delta'_{23} = 0 \\ \delta'_{13} \equiv \delta \end{cases} \quad \text{soit } \begin{cases} \phi_{l2} = \delta_{12} \\ \phi_{l3} = \delta_{23} + \delta_{12} \end{cases}.$$

La phase δ observable dans les oscillations de neutrinos est donc donnée par

$$\delta = \delta_{13} - \delta_{23} - \delta_{12} \quad (4.62)$$

et les phases intervenant dans les désintégrations $\beta\beta|_{0\nu}$

$$\begin{cases} \phi'_1 = \phi_1 - \delta_{12} \\ \phi'_2 = \phi_2 - \delta_{23} - \delta_{12} \end{cases} \quad (4.63)$$

4.5 Leptogénèse

Un des scénarii les plus attractifs pour expliquer l'asymétrie baryonique de l'Univers est la leptogénèse. Dans ces modèles, une asymétrie leptonique primordiale est générée par la désintégration hors équilibre de neutrinos droits de Majorana lourds N_i . Le potentiel excès du nombre leptonique L est converti en nombre baryonique B par les processus sphalérons (*c.f* section 1.4). A partir des relations entre les potentiels chimiques, cette conversion est donnée par (voir [150],[151] et références) :

$$B = \frac{8N_F + 4N_H}{22N_F + 13N_H} (B - L) \quad (4.64)$$

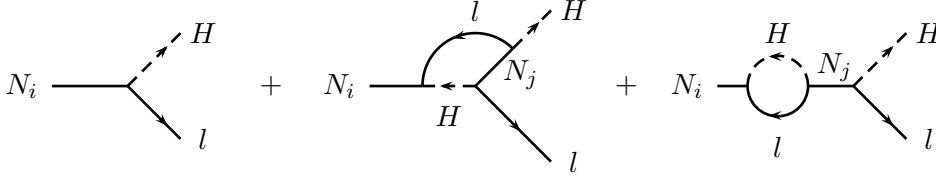


FIG. 4.2 – Violation de CP par interférences des processus à l'arbre et à une boucle dans la désintégration d'un neutrino lourd de Majorana .

où N_F et N_H sont respectivement les nombres de familles et de doublets de Higgs.

Aux basses énergies, les neutrinos droits N_i sont des singlets de jauge, et n'apparaissent dans le Lagrangien que par leurs masses de Majorana M_i et leurs couplages de Yukawa (de Dirac) h_{li} au doublet de Higgs H et au doublet leptonique L_l

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_M + \mathcal{L}_Y = \frac{1}{2} \overline{(N_i)^c} M_i N_i + \overline{L_l} i \sigma_2 H^* h_{li} N_i + h.c \quad (4.65)$$

dans la base des neutrinos droits ($0 < M_1 \leq M_2 \leq M_3$). Par le mécanisme de see-saw, la matrice de masses de Majorana des neutrinos légers s'écrit :

$$m_\nu = v^2 h \cdot \text{Diag}(\frac{1}{M_1}, \frac{1}{M_2}, \frac{1}{M_3}) \cdot h^T \quad (4.66)$$

Les 3 conditions de Sakharov sont facilement remplies par les désintégrations des neutrinos droits. En effet, les masses de Majorana droites remplissent la première condition en violant le nombre leptonique L de façon manifeste par la présence simultanée des canaux de désintégration $N_i \rightarrow H + l$ et $N_i \rightarrow H^\dagger + \bar{l}$.

Deuxièmement, la violation de CP intervient dans les interférences entre les processus à l'arbre et les corrections à une boucle de type ϵ' (vertex) ou ϵ (fonction d'onde) (voir figure 4.2).

En effet, l'asymétrie CP dans la désintégration d'un neutrino droit N_i est [152, 153] :

$$\delta_i = \frac{\sum_l \Gamma(N_i \rightarrow l + H) - \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l} + H^\dagger)}{\sum_l \Gamma(N_i \rightarrow l + H) + \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l} + H^\dagger)} = \sum_j \epsilon_{i,j} + \epsilon'_{i,j} \quad (4.67)$$

avec

$$\epsilon_{i,j} = -\frac{1}{8\pi} \frac{\text{Im}(\sum_l h_{li}^* h_{lj})^2}{\sum_l |h_{li}|^2} \frac{M_i M_j}{M_j^2 - M_i^2} ; \epsilon'_{i,j} = \frac{1}{8\pi} \frac{\text{Im}(\sum_l h_{li}^* h_{lj})^2}{\sum_l |h_{li}|^2} f(\frac{M_j^2}{M_i^2}) \quad (4.68)$$

où $f(x) = \sqrt{x} [1 - (1+x) \ln(\frac{1+x}{x})]$. En définissant

$$A_{ij} = (h^\dagger h)_{ij}, \quad (4.69)$$

la contribution virtuelle de N_j à l'asymétrie due à la désintégration de N_i devient pour une grande hiérarchie² entre les neutrinos lourd de Majorana $M_i \ll M_j$

$$\epsilon_{i,j} = -\frac{1}{8\pi} \frac{\text{Im}(A_{ij}^2)}{A_{ii}} \frac{M_i}{M_j} ; \epsilon'_{i,j} = -\frac{1}{16\pi} \frac{\text{Im}(A_{ij}^2)}{A_{ii}} \frac{M_i}{M_j} \quad (4.70)$$

2. Les expressions (4.68) nécessitent des resommations dans la limite dégénérée, puisque l'asymétrie doit alors devenir nulle au lieu de diverger [154, 153, 151, 155].

et dans la limite inverse $M_i \gg M_j$:

$$\epsilon_{i,j} = -\frac{1}{8\pi} \frac{\text{Im}(A_{ji}^2)}{A_{ii}} \frac{M_j}{M_i} ; \quad \epsilon'_{i,j} = \frac{1}{4\pi} \frac{\text{Im}(A_{ji}^2)}{A_{ii}} \frac{M_j}{M_i} \ln\left(\frac{M_j}{M_i}\right). \quad (4.71)$$

Pour la troisième condition de Sakharov, supposons que les N_i sont distribués thermiquement dans l'Univers primordial quand $T \geq M_i$. Pendant le refroidissement la distribution à l'équilibre commence à sentir la forte suppression de Boltzmann quand $T \approx M_i$. Si le taux de désintégration dans le vide $\Gamma_{N_i} = \frac{1}{8\pi} A_{ii} M_i$ était bien plus faible que le taux d'expansion à cette époque $H(M_i) = 1.66 \sqrt{g^*} \frac{M_i^2}{M_{pl}}$, chaque neutrino droit N_i se désintégrerait essentiellement dans le vide et partant de $\frac{n_i}{n_\gamma} \approx 1$, on aurait ([2] et voir section (1.4)) $Y_i = L_i/s \approx \delta_i/g^*$. Mais, les taux de désintégrations ne sont pas si lents, et si l'Univers est toujours chaud quand les N_i se désintègrent, les désintégrations inverses diluent δ_i approximativement en δ_i/K_i avec :

$$K_i = \frac{\Gamma_{N_i}(T = M_i)}{H(T = M_i)} \approx \frac{1}{1.66 \cdot 8\pi \sqrt{g^*}} A_{ii} \frac{M_{pl}}{M_i} \quad (4.72)$$

qui caractérise l'efficacité des processus de désintégrations (inverses) quand N_i devient non relativiste. Il est pratique [156] de réécrire ce paramètre sans dimension en terme d'une masse effective type see-saw

$$\tilde{m}_i \doteq \frac{v^2 A_{ii}}{M_i} = K_i \tilde{m}^* \quad (4.73)$$

avec une valeur critique $\tilde{m}^* = \sqrt{512 g^* \pi^5 / 90} v^2 / M_{pl} = 1.08 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$ dans le Modèle Standard. En dessous de cette valeur critique, les désintégrations ont lieu comme dans le vide, mais les couplages de Yukawa sont trop faibles pour que la population de N_i atteigne l'équilibre. Les résultats dépendent du choix des conditions initiales. Si on suppose une population initiale nulle, on a aussi une suppression pour $\tilde{m}_i < \tilde{m}^*$, et l'asymétrie finale

$$Y_i = \frac{\delta_i}{g^*} d(\tilde{m}_i, M_i) \quad (4.74)$$

contient un facteur de dilution $d(\tilde{m})$ qui n'est proche de 1 que pour $\tilde{m} \approx \tilde{m}^*$. Pour $M_i \leq 10^8 \text{ GeV}$ où les diffusions à 2 corps peuvent être négligées, la solution des équations de Boltzman (figure 6 de [157]) peut être raisonnablement approchée par

$$d(\tilde{m}) = \frac{1}{(\tilde{m}/10\tilde{m}^*)^{-0.8} + (\tilde{m}/0.28\tilde{m}^*)^{1.25}} \quad (4.75)$$

qui est comparé avec l'approximation habituelle [2] $d(K > 10) \approx 0.3(K \ln^{0.6} K)^{-1}$ sur la figure 4.3.

La désintégration du plus léger, N_1 , donne la dernière contribution qui est génériquement dominante puisque les contributions des N_j sont supprimées (en comparant les équations 4.70 et 4.71) par A_{11}^2/A_{jj}^2 (typiquement 10^{-10}) et plus diluées par les processus de diffusion (voir par exemple [159] pour une discussion de ces processus). En utilisant la conversion des sphalérons (4.64) $Y_B \approx -1/3 Y_L$, l'asymétrie baryonique finale est alors :

$$Y_{B10} \doteq 10^{10} Y_B \approx -\frac{10^{10}}{3g^*} d(\tilde{m}_1, M_1) \frac{-3M_1}{16\pi A_{11}} \sum_{j=2,3} \frac{\text{Im}(A_{1j}^2)}{M_j} \approx 0.7 \quad (4.76)$$

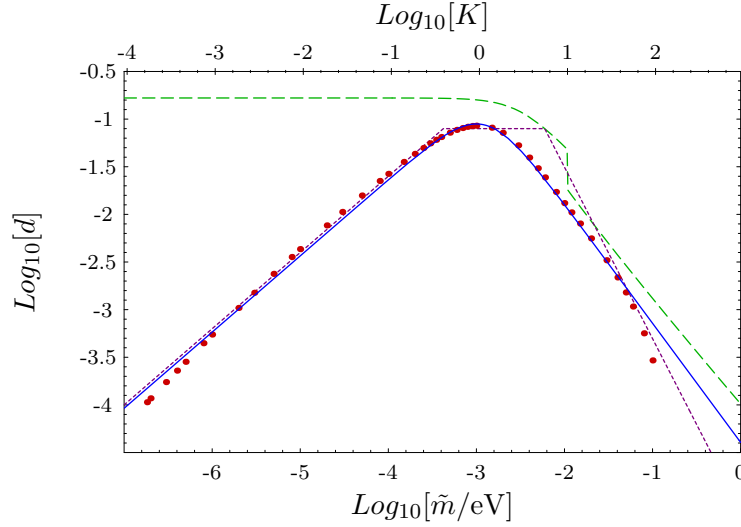


FIG. 4.3 – Approximation du facteur de dilution d calculé par [157] dans le MS pour $M_1 = 10^8$ GeV (points rouges) : la courbe pleine bleue est notre formule (4.75), à comparer avec : 1) le fit usuel pour les grande valeur de K $0.3(K \ln^{0.6} K)^{-1}$ de la ref. [2], étendue à des K plus petits selon [158] (courbe verte tiretée); 2) l'expression de [20], plus appropriée pour les plus grands M_1 (courbe pointillée violette).

A ce niveau, aucune contrainte venant des oscillations de neutrinos intervenant dans l'équation (4.66) ne peuvent être appliquées puisque les couplages de Yukawa h sont des paramètres libres : pour tout choix de paramètres (h, M) satisfaisant la physique des oscillations mais une mauvaise asymétrie Y_{B10} , nous pouvons réajuster $h \rightarrow h' = h/\sqrt{Y_{B10}}$ et $M \rightarrow M' = M/Y_{B10}$ pour avoir les mêmes neutrinos légers, avec $Y_{B10} \approx 1$. Notons que K et \tilde{m} sont invariants sous ce type de reparamétrisation, si bien que la seule violation de cette loi d'échelle vient de la dépendance en M_1 du facteur de dilution d .

Pour fixer l'échelle pertinente en M_1 , il est instructif de faire l'approximation supplémentaire suivante $d(1 < K < 10^3) \approx 0.1/K$ et de supposer une domination de la désintégration de N_1 par l'échange virtuel de N_2 . Le résultat pour l'asymétrie est alors

$$Y_{B10} \approx \frac{0.7 \times 10^{-10}}{\sqrt{g^*}} \frac{\text{Im}(A_{12}^2)}{A_{11}^2} \cdot \frac{M_1}{M_2} \cdot \frac{M_1}{10^{10} \text{GeV}} \approx 0.7 \quad (4.77)$$

de telle sorte que $M_1 \approx 10^{10}$ GeV est l'échelle naturelle pour la leptogénèse.

Pour appliquer des liens entre les oscillations de neutrinos et la leptogénèse, nous avons besoin d'hypothèses supplémentaires que nous allons décrire maintenant.

4.6 SO(10)

$$SO(10) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

Le groupe de Grande Unification $SO(10)$ est un cadre très naturel pour étudier la leptogénèse. En effet $SO(10)$ est de rang 5, il contient donc le groupe du Modèle Standard, le générateur supplémentaire permettant de jauger $B - L$. De plus [19], c'est le plus petit groupe de GUT incluant dans des multiplets de matière, avec les fermions usuels, les

neutrinos droits :

$$\underbrace{\mathbf{16}}_{\psi} = \underbrace{(\mathbf{3}, \mathbf{2})}_Q + \underbrace{(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})}_{u_R^c} + \underbrace{(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})}_{d_R^c} + \underbrace{(\mathbf{1}, \mathbf{2})}_L + \underbrace{(\mathbf{1}, \mathbf{1})}_{e_R^c} + \underbrace{(\mathbf{1}, \mathbf{1})}_N$$

qui apparaissent alors naturellement. Il inclut donc $(B - L)$ comme une symétrie de jauge, dont la brisure donne une explication naturelle pour les masses de Majorana des neutrinos droits. Enfin les masses des leptons et des quarks sont reliées ce qui fixe alors les couplage de Yukawa (de Dirac) h .

$$\mathbf{16} \times \mathbf{16} = \mathbf{10} \oplus \mathbf{120} \oplus \mathbf{126} \quad (4.78)$$

Si par exemple, les masses de Dirac proviennent d'un seul scalaire dans la représentation $\mathbf{10}$ de $SO(10)$:

$$\mathcal{L}_Y = f_{ab}^{10} \psi_a^T \Gamma_A \psi_b \phi_A^{10} \quad (4.79)$$

on obtient la relation (non physique) à basse énergie :

$$m_d = 3m_e = m_u = 3m_\nu \propto f^{10} v^{10}$$

où le facteur d'ordre 3 vient des boucles QCD supplémentaires qui affectent les quarks mais pas les leptons. En ajoutant un second scalaire (ou plus) dans la même représentation de $SO(10)$:

$$\mathcal{L}'_Y = f'_{ab}{}^{10} \psi_a^T \Gamma_A \psi_b \phi_A'^{10} \quad (4.80)$$

on lève la dégénérescence $m_u = m_d$ tout en gardant $m_u \approx 3m_\nu$ i.e $m_\nu \approx 1 \text{ MeV} \rightarrow 50 \text{ GeV}$.

Pour avoir des masses de neutrinos plus réalistes, un scalaire de plus ϕ^{126} , dans la représentation $\mathbf{126}$ avec une vev v_{126} dans la composante singlet de $SU(5)$ peut être invoquer pour briser $(B - L)$, fournissant le terme de masse de Majorana :

$$\mathcal{L}_M = f_{ab}^{126} v_{126} \bar{N}_a^c N_b + h.c \quad (4.81)$$

Ainsi, dans le cadre de $SO(10)$, les masses de Dirac sont naturellement déterminées par les masses des quarks de type up.

4.7 Modèle

Expression des A_{ij}

Les termes du Lagrangien pour les leptons qui entrent en jeu dans ce problème s'écrivent après la brisure $SU(2)$:

$$\mathcal{L} = \left[\bar{L}_a \times \begin{pmatrix} 0 \\ v^d \end{pmatrix} \right] f_{ab}^d l_{Rb} + \left[\bar{L}_a \times \begin{pmatrix} v^u \\ 0 \end{pmatrix} \right] f_{ab}^u N_b + \frac{1}{2} \bar{N}_a^c v_{126} f_{ab}^{126} N_b + h.c \quad (4.82)$$

de telle sorte que $M_{ab} \doteq f_{ab}^{126} v_{126}$ avec a et b les composantes de famille dans une base arbitraire. En décomposant les couplages de Yukawa en mélanges et valeurs propres de masse réelles, on a :

$$f^d = \frac{1}{3v^d} U_{Ld}^\dagger \cdot \text{Diag}(m_d, m_s, m_b) \cdot U_{Rd} \quad (4.83)$$

$$f^u = \frac{1}{3v^u} U_{Lu}^\dagger \cdot \text{Diag}(m_u, m_c, m_t) \cdot U_{Ru} \quad (4.84)$$

$$f^{126} = \frac{1}{3v^{126}} U_M^* \cdot \text{Diag}(M_1 < M_2 < M_3) \cdot U_M^\dagger \quad (4.85)$$

Les précédents h_{li} (équations 4.65 et 4.68) sont les éléments de matrice de Yukawa de type up entre les états propres de masse (et de saveur) des leptons chargés (l_i) et les états propres de masse des neutrinos droits (N_i). Ainsi :

$$h_{li} = U_{Ld} \cdot f^u \cdot U_M \quad (4.86)$$

$$= \frac{1}{3v^u} U_{Ld} \cdot U_{Lu}^\dagger \cdot \text{Diag}(m_u, m_c, m_t) \cdot U_{Ru} \cdot U_M \quad (4.87)$$

$$\doteq \frac{1}{3v^u} V_{CKM}^\dagger \cdot \text{Diag}(m_u, m_c, m_t) \cdot V_R \quad (4.88)$$

et les

$$A_{ij} = \frac{1}{9(v^u)^2} V_R^\dagger \cdot \text{Diag}(m_u^2, m_c^2, m_t^2) \cdot V_R \quad (4.89)$$

ne dépendent que des mélanges V_R inconnus. Mais les masses de neutrinos légers sont contraintes par la physique des oscillations :

$$m_\nu = v_u^2 h \cdot \text{Diag}\left(\frac{1}{M_1}, \frac{1}{M_2}, \frac{1}{M_3}\right) \cdot h^T \quad (4.90)$$

$$= U \cdot \text{Diag}(m_1, m_2, m_3) \cdot U^T \quad (4.91)$$

Les quantités $(V_R, M_{1,2,3})$ peuvent alors être déterminées à partir des quantités mesurables $(U, m_{1,2,3})$ en diagonalisant la matrice :

$$M_R^* = \frac{1}{9} \text{Diag}(m_u, m_c, m_t) \cdot U_{eff} \cdot \text{Diag}\left(\frac{1}{m_1}, \frac{1}{m_2}, \frac{1}{m_3}\right) \cdot U_{eff}^T \cdot \text{Diag}(m_u, m_c, m_t) \quad (4.92)$$

$$= V_R \cdot \text{Diag}(M_1, M_2, M_3) \cdot V_R^T \quad (4.93)$$

où

$$U_{eff} \doteq V^{CKM} \cdot U \quad (4.94)$$

Paramétrisation :

En utilisant la paramétrisation standard [4] pour V^{CKM} :

$$V^{CKM} = V_{23} \cdot V_{13} \cdot V_{12} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}^* \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (4.95)$$

nous utilisons les valeurs du secteur des quarks pour les angles de mélange du secteur de Dirac (relations $SO(10)$)

$$\begin{aligned} s_{23}^{CKM} &= 0.041 \\ s_{13}^{CKM} &= 0.0036 e^{i\delta^{CKM}} ; \delta^{CKM} \approx 1 \\ s_{12}^{CKM} &= 0.223 \end{aligned}$$

La matrice U est donnée par l'équation (4.57).

Les différences de masses au carré sont alors fixées (au signe près) par les paramètres des oscillations (tableau 4.1) $\Delta m_{sun}^2 \ll \Delta m_{atm}^2$:

$$m_2^2 - m_1^2 = \Delta m_{sun}^2 \quad (4.96)$$

$$m_3^2 - m_1^2 \approx m_3^2 - m_2^2 = \pm \Delta m_{atm}^2. \quad (4.97)$$

Le paramètre m_3 est isolé par les oscillations atmosphériques, mais en raison de l'indétermination de signe, on peut avoir

$$m_1 \leq m_2 \ll m_3 \quad (\text{hierarchie standard}) \quad \text{ou} \quad m_3 \ll m_1 \leq m_2 \quad (\text{hierarchie inverse}).$$

Nous prendrons le paramètre le plus léger (m_1 ou m_3) comme paramètre libre non fixé par les oscillations. Dans la suite, ce paramètre pourra varier entre 10^{-7} eV et 1 eV : des valeurs plus basses nécessitent des masses droites très grandes, typiquement supérieure à M_{GUT} ou la masse de Planck ; des valeurs plus grandes n'aident pas à augmenter l'asymétrie, et sont généralement en désaccord avec les expériences de désintégrations $\beta\beta_{0\nu}$ [160, 161] (voir cependant [162] pour une étude d'annulations possibles en utilisant les phases de Majorana).

Les autres paramètres que nous utiliserons sont les six phases δ^{CKM} (de V^{CKM}), δ_{12} , δ_{13} , δ_{23} (des angles de mélange complexes³ dans U), et les deux phases de Majorana $\phi_{1,2}$.

Nous prenons enfin comme valeur numérique les valeurs du tableau 4.1, soit :

- Neutrinos atmosphériques [4]: $\Delta m_{atm}^2 \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{eV}^2$ avec un angle quasi maximal : $\sin^2 2\theta_{atm} = 0.92 \rightarrow 1$ soit $s_{atm} = 0.6 \rightarrow 0.7$.
- CHOOZ [163] : pour la valeur ci-dessus de Δm_{atm}^2 , $|U_{e3}| \doteq s_{e3} < 0.18$ à 95% C.L.
- Neutrinos solaires [141]: nous considérons quatre résolutions du puzzle du déficit des neutrinos solaires :
 1. LMA avec $\Delta m_{sun}^2 \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{eV}^2$ et $\tan^2 \theta_{sun} = 0.42 \in [0.15, 0.9]$ à 95% C.L. soit $s_{sun} = 0.54 \in [0.36, 0.69]$;
 2. SMA avec $\Delta m_{sun}^2 \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{eV}^2$ et $\tan^2 \theta_{sun} = 1.5 \cdot 10^{-3} \in [6 \cdot 10^{-4}, 3 \cdot 10^{-3}]$ à 95% C.L. soit $s_{sun} = 0.039 \in [0.025, 0.055]$;
 3. LOW $\Delta m_{sun}^2 \approx 7.9 \cdot 10^{-8} \text{eV}^2$ et $\tan^2 \theta_{sun} = 0.61$ soit $s_{sun} = 0.62$;
 4. VAC avec $\Delta m_{sun}^2 \approx 4.6 \cdot 10^{-10} \text{eV}^2$ et $\tan^2 \theta_{sun} = 1.8$ soit $s_{sun} = 0.8$;

Bien que les solutions VAC et SMA soient défavorisées après les derniers résultats de SNO [146], nous les considérerons afin d'être complet et à titre illustratif.

4.7.1 Cas simple : see-saw à 2 saveurs

Avant de voir les résultats finals dans le cas complet à trois familles, il est instructif de commencer à deux familles. En particulier, l'équation 4.76 suggère que la leptogénèse préfère des neutrinos droits avec des grands angles de mélange et des masses proches. Ceci se dérive facilement par un see-saw avec des fortes hiérarchies de Dirac et des forts mélanges [164]. Partant de la formule du see-saw (4.92), en enlevant la première famille et en introduisant le paramètre de hiérarchie des masses de Dirac $r \doteq m_c/m_t \approx 10^{-2}$ et le paramètre de hiérarchie des masses des neutrinos légers $m \doteq m_2/m_3$, on obtient dans le

3. On notera que nous prenons $\delta_{12,13,23} \in [-\pi/2, \pi/2]$, de telle sorte que $s_{sun,e3,atm} \in [-1, 1]$ et $c_{sun,e3,atm} \in [0, 1]$ au lieu d'être restreints au premier quadrant comme les angles habituels de CKM.

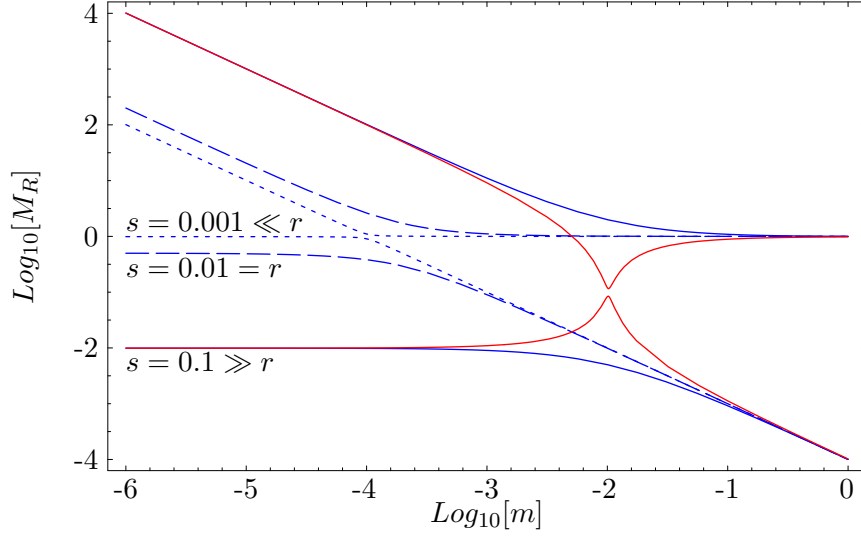


FIG. 4.4 – Masses droites M_R dans des unités arbitraires, comme fonction du rapport des masses des neutrinos légers $m = m_2/m_3$, pour 3 valeurs du mélange effectif léger $s = \sin \theta_{23}^{eff} = 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}$ et une valeur fixée de la hiérarchie des masses de Dirac $r = m_c/m_t = 0.01$. Pour $s = 0.1$ nous montrons aussi l'effet de la phase de Majorana $\phi_m = 0.99\pi$ (courbe rouge) conduisant à des masses de Majorana dégénérées.

cas de mixing réels paramétrisés par $s \doteq \sin \theta_{23}^{eff}$

$$M_R = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} m_c & 0 \\ 0 & m_t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{m_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c & -s \\ s & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_c & 0 \\ 0 & m_t \end{pmatrix} \quad (4.98)$$

$$= \frac{m_t^2}{9m_3} \cdot \begin{pmatrix} r^2(c^2 + s^2m) & rcs(m-1) \\ rcs(m-1) & c^2m + s^2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{m} \quad (4.99)$$

Pour une forte hiérarchie inverse (par rapport à la hiérarchie de Dirac à petit mélange) $m \gg 1$, on a pour des petits $r, s \ll 1$ (en unités de $m_t^2/9m_3$)

$$M_R \approx \begin{pmatrix} r^2s^2 + r^2/m & rs \\ rs & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_R & -s_R \\ s_R & c_R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_R & s_R \\ -s_R & c_R \end{pmatrix} \quad (4.100)$$

si bien que $M_2 \approx \text{Tr } M_R \approx 1$, $M_1 \approx \text{Det } M_R = r^2/m \ll \text{Tr } M_R$ tandis que le mélange des neutrinos droits $s_R^2 \approx r^2s^2$ est fortement supprimé par la hiérarchie des masses de Dirac $r \ll 1$. Le rapport intervenant dans la leptogénèse (4.76) est

$$\frac{A_{12}}{A_{11}} = -\frac{c_R s_R}{r^2 c_R^2 + s_R^2} \approx -\frac{s}{r} \quad (4.101)$$

et l'asymétrie (eq. 4.77) se comporte dans ce cas comme

$$Y_{B10}^{appr} \propto \frac{A_{12}^2}{A_{11}^2} \cdot \frac{M_1}{M_2} \cdot M_1 \approx \frac{r^2 s^2}{m^2} \quad (4.102)$$

qui est fortement supprimé et dominé par la plus petite valeur de m possible. Mais dans cette région dégénérée $m \approx 1$, un autre type de suppression survient quand s_R s'annule avec les termes non diagonaux dans (4.99).

Pour espérer avoir de meilleurs résultats, nous retournons au cas usuel hiérarchique $m \ll 1$. Supposons encore $r, s \ll 1$, M_R dans (4.99) devient alors

$$\begin{pmatrix} r^2 & -rs \\ -rs & s^2 + m \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{m} \quad (4.103)$$

En supposant de plus $M_1 \ll M_2$ (*i.e.* $r^2 m \ll (m + r^2 + s^2)^2$) qui se trouve être toujours satisfait sauf quand $s^2 \ll r^2 \approx m$ (voir figure 4.4), on obtient des expressions analytiques utiles

$$M_2 \approx \text{Tr } M_R \approx \frac{1}{m}(m + r^2 + s^2) \quad (4.104)$$

$$M_1 \approx \frac{\text{Det } M_R}{\text{Tr } M_R} \approx \frac{r^2}{m + r^2 + s^2} \quad (4.105)$$

$$-A_{21} = s_R c_R \approx \frac{-rs}{m + r^2 + s^2}. \quad (4.106)$$

A partir de ces expressions, il est clair qu'un croisement survient pour des valeurs de m proches du maximum de s^2 ou r^2 , mais contrairement aux habituels repoussements de niveaux en mécanique quantique, les "niveaux" $M_{1,2}$ ne doivent pas être proches pour que le croisement ait lieu, comme on le voit pour la situation $s > r$. Dans ce cas, les niveaux ne tendent pas asymptotiquement vers la situation sans mélange loin de la région sans croisement. Ces résultats sont résumés plus simplement sur la figure 4.4, représentée sans approximation pour $r = 10^{-2}$.

Comme $A_{11} = r^2 c_R^2 + s_R^2$, le rapport A_{12}/A_{11} prend une forme simple uniquement pour un petit mélange $s_R \ll r$ (m suffisamment grand ou s suffisamment petit), auquel cas l'expression venant dans l'asymétrie baryonique est simplement

$$Y_{B10}^{appr} \propto \frac{A_{12}^2}{A_{11}^2} \cdot \frac{M_1}{M_2} \cdot M_1 \approx \frac{ms^2 r^2}{(m + r^2 + s^2)^5}, \quad (4.107)$$

qui augmente comme $m \propto M_2^{-1}$ pour des petites valeurs de m , et atteint un maximum autour de $r^2 + s^2$ et décroît comme m^{-4} au delà. Nous voyons sur la figure 4.5 que ces approximations rendent compte de l'allure générale de l'asymétrie, sauf pour des suppressions supplémentaires dans les régions $m \approx 1$ (neutrinos gauches dégénérés), et $m < s$ si $s^2 \ll r^2$ ($A_{11} \gg r^2$), où l'approximation utilisée n'est plus valide.

Bien entendu, l'asymétrie réelle Y_{B10} s'annule sauf quand la phase violant CP de A_{21} est non nulle. Particulièrement (4.57) pour 2 saveurs on a 2 phases, $\phi_m \doteq 2(\phi_2 - \phi_1)$ et δ_{23} , qui complexifient respectivement les paramètres $m = |m|e^{i\phi_m}$, $s = |s|e^{i\delta_{23}}$ et $s_R = |s_R|e^{i\delta_R}$ dans la discussion précédente. Il est un peu pénible de vérifier que l'approximation ci-dessus pour $M_1 \ll M_2$ et $|A_{21}|$ peut être étendue à des paramètres complexes, et que la phase importante est donnée par

$$A_{12} = -e^{i\delta_R} |A_{12}|. \quad (4.108)$$

L'asymétrie (4.77) dans la même approximation que (4.107) est alors en fait

$$Y_{B10} \propto \frac{\text{Im}(A_{12}^2)}{A_{11}^2} \cdot \frac{M_1}{M_2} \cdot M_1 \approx \sin(-2\delta_R) \frac{|m|r^2|s|^2}{|m + r^2 + s^2|^5} \quad (4.109)$$

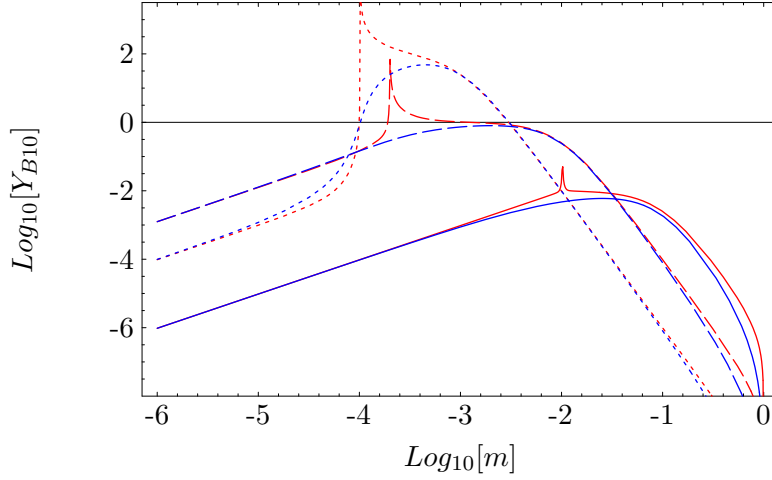


FIG. 4.5 – Log-Log évolution de l’asymétrie Y_{B10} (en unités arbitraires) en fonction de $m = m_2/m_3$ avec les mêmes conventions que dans la figure 4.4. Pour chaque courbe on a 2 jumelles : la courbe rouge piquée est la version exacte de (4.109) calculée pour la phase maximisant sa valeur, alors que la courbe lisse bleue est la version exacte de (4.107) pour des paramètres réels positifs.

qui a qualitativement les mêmes caractéristiques que l’expression précédente Y_{B10}^{appr} , avec une suppression supplémentaire par un facteur $|\sin(-2\delta_R)| < 1$, et une augmentation possible quand le dénominateur s’annule, *i.e.* en dehors du domaine de validité des approximations. La figure 4.5 montre que pour une valeur maximisante de la phase δ_R , l’asymétrie correcte Y_B est proche de Y_{B10}^{appr} sans phase, après remplacement de $\text{Im}(A_{12}^2)$ par $|A_{12}^2| = A_{12}^2$. Cette approximation peut être une aide utile pour trouver les limites supérieures dans le cas complet à 3 saveurs, où le grand nombre de phases rend les choses plus difficiles.

Pour résumer, les leçons de l’exercice à 2 saveurs sont les suivantes

1. le rapport des masses de Majorana des neutrinos droits M_1/M_2 est maximisé pour un rapport des masses des légers $m = m_1/m_2$ qui est soit le rapport des masses de Dirac au carré $r^2 = (m_{D1}/m_{D2})^2$ soit le sinus au carré du mélange des légers $s^2 = \sin^2 \theta_{eff}$, le plus grand des deux;
2. l’asymétrie baryonique peut être maximisée pour une valeur proche ou légèrement supérieure de m ;
3. les phases de Majorana peuvent donner lieu à des augmentations autour de cette valeur de m (courbe rouge figure 4.4), mais une resommation est nécessaire pour ce cas dégénéré $M_1 \approx M_2$;
4. pour des faibles mélanges, la “hiérarchie inverse” $m_1 \gg m_2$ donne des résultats bien plus faibles que la “hiérarchie standard” $m_1 \ll m_2$.

4.7.2 Résultats à 3 saveurs

Discutons maintenant du cas plus réaliste à 3 familles. Il en ressort que l’asymétrie est génériquement trop faible. Avant de conclure qu’une leptogénèse par un see-saw $SO(10)$ est exclue, nous devons regarder les régions des paramètres où l’asymétrie peut être maximisée. Comme vu dans la section précédente, la hiérarchie standard est plus favorable.

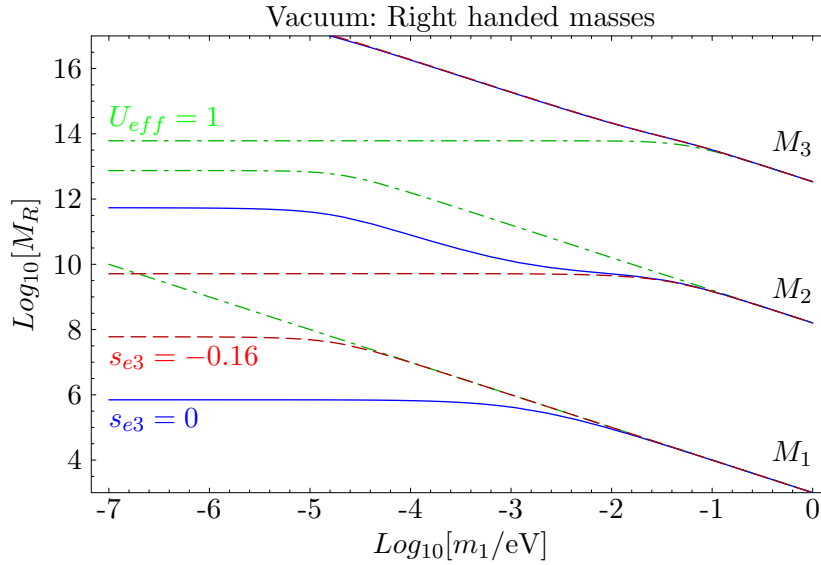


FIG. 4.6 – Masses des neutrinos droits lourds de Majorana pour des oscillations dans le vide des neutrinos solaires ($\Delta m_{sun} = 2.15 \cdot 10^{-5} \text{eV}$). Les courbes tiretées-pointillées sont sans mélange ($U_{eff} = 1$), les courbes pleines sont pour un mélange CKM réel, un mélange atmosphérique maximum et un mélange solaire mais un s_{e3} nul alors que les courbes tiretées ajustent s_{e3} pour maximiser M_1/M_2 .

Nous allons passer en revue les différentes solutions du déficit des neutrinos solaires, en commençant par les oscillations dans le vide (VAC).

Au regard de la section précédente, un bon point de départ pour maximiser l'asymétrie baryonique est d'essayer de rendre les deux masses de Majorana les plus légères M_1 et M_2 les plus proches possible. S'il n'y avait pas de mélange, U_{eff} dans (4.92) serait diagonale et les masses droites suivraient les courbes tiretées-pointillées de la figure 4.6. Pour des grandes valeurs de m_1 (limite dégénérée) elles forment 3 lignes parallèles séparées par la hiérarchie des masses de Dirac. En diminuant m_1 , toutes les masses M_R augmentent jusqu'à $m_1 = \Delta m_{atm} \approx 10^{-1} \text{eV}$, en dessous duquel M_3 sature à $m_t^2/9\Delta m_{atm} \approx 10^{14} \text{GeV}$. Pendant que $M_{1,2}$ continuent d'augmenter jusqu'à ce que $m_1 = \Delta m_{sun} \approx 10^{-5} \text{eV}$, valeur aux environs de laquelle M_2 plafonne. Diminuant encore m_1 affecte alors seulement M_1 , qui devient dégénérée avec M_2 pour $m_1 \approx 10^{-11} \text{eV}$ très faible. Si nous revenons maintenant aux plus grandes valeurs autorisées du mélange atmosphérique et solaire, on obtient la courbe pleine de la figure 4.6. En diminuant m_1 depuis la limite dégénérée non affectée, M_3 commencerait encore à plafonner pour $m_1 = \Delta m_{atm}$. Mais le mélange atmosphérique maximal implique immédiatement l'effet de type croisement de niveaux vu dans la section précédente, qui en fait échange M_2 et M_3 . M_2 sature donc à une valeur bien plus faible $\approx 10^{10} \text{GeV}$ qui offre une meilleure possibilité pour M_1 d'augmenter. Cependant, malgré la valeur $s_{e3} = 0$, le mélange CKM dans l'équation (4.94) induit tout de même une valeur non triviale $|s_{13eff}| \approx 0.16$ qui stoppe l'augmentation de M_1 en dessous de $m_1 = |s_{13eff}|^2 \Delta m_{atm} \approx 10^{-3} \text{eV}$. M_2 au contraire commence à réaugmenter jusqu'à ce qu'il soit atteint par le mélange solaire à $m_1 \approx \Delta m_{sun}$. Nous nous attendons donc à une asymétrie maximum autour de $m_1 \approx 10^{-3} \text{eV}$ dans ce cas. La représentation de l'asymétrie pour 3 saveurs (courbe pleine figure 4.7) confirme ce comportement, et montre de plus que ce maximum est au moins trop faible de 5 ordres de grandeurs. L'allure de l'asymétrie suit bien le comportement dérivé dans la section précédente, si on se rappelle que pour $m_1 < \Delta m_{sun}$, les masses M_1 et M_2 restent constantes. Il faut noter aussi à ce niveau que

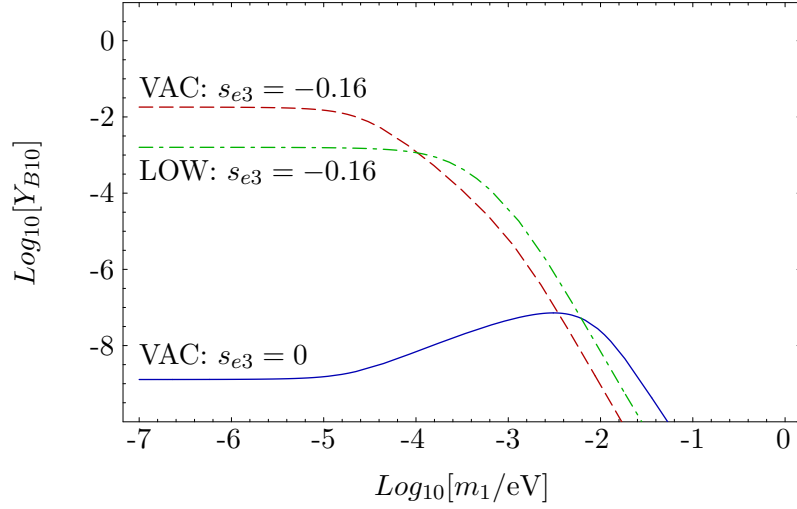


FIG. 4.7 – L'asymétrie baryonique Y_{B10} pour les solutions des oscillations des neutrinos solaires LOW et VAC. La courbe pleine est le cas vacuum pour s_{e3} nul. Le gain en ajustant la valeur de $s_{e3} = -0.16$ est montrée pour les cas VAC (courbe tiretée) et LOW (courbe tiretée-pointillée), en prenant dans chaque cas la valeur optimale de la phase δ_{13} .

la seule source de violation de CP est δ^{CKM} , et que cette phase mène au bon signe pour l'asymétrie, quoiqu'avec une petite amplitude.

Pour avoir de meilleurs résultats, il nous faut utiliser la marge de liberté sur le paramètre s_{e3} laissée par l'expérience Chooz. En effet, pour $s_{e3} \approx -0.16$ (courbe tiretées de la figure 4.6), $s_{13eff} \approx 0$ de telle sorte que M_1 est découplée de la valeur de m_3 , et continue d'augmenter jusqu'à $m_u^2/9\Delta m_{sun} \approx 10^8 \text{ GeV}$. Ceci pourrait augmenter l'asymétrie quand m_1 est plus petit que $\approx 10^{-5} \text{ eV}$. A noter que pour une telle valeur, $K \approx 1$ ce qui minimise les effets de dilution, $M_1 \approx 10^8 \text{ GeV}$ qui est sans risque au regard des limites sur les gravitino dans les versions SUSY de ce scénario, et $M_3 \approx 10^{16} \text{ GeV}$ qui est assez compatible avec l'échelle GUT. Il est intéressant d'expliciter l'origine de cette valeur spécifique de $s_{e3} \approx -0.22 s_{atm}$. Dans l'expression de U_{eff} , nous pouvons en première approximation négliger tous les mélanges CKM sauf l'angle de Cabbibo V_{12}^{CKM} . En gardant alors les termes au plus linéaires en s_{12}^{CKM} et s_{e3} , on peut écrire :

$$U_{eff} \approx V_{12}^{CKM} U_{23} U_{13} U_{12} \quad (4.110)$$

$$= U_{23} U_{13} [U_{13}^\dagger U_{23}^\dagger V_{12}^{CKM} U_{23} U_{13}] U_{12} \quad (4.111)$$

$$\approx U_{23} U_{13} V_{13}' V_{12}' U_{12} \quad (4.112)$$

$$\doteq U_{23eff} U_{13eff} U_{12eff} \quad (4.113)$$

avec les matrices de commutation V' paramétrisées comme (4.95) avec $s_{12}' \approx c_{atm} s_{12}^{CKM}$ et $s_{13}' \approx s_{atm} e^{i\delta_{23}} s_{12}^{CKM}$. Annuler s_{13eff} nécessite alors de satisfaire l'équation complexe

$$U_{e3} = s_{e3} e^{-i\delta_{13}} \approx -s_{atm} e^{-i\delta_{23}} s_{12}^{CKM} = -0.16 e^{-i\delta_{23}} \quad (4.114)$$

qui est illustrée pour $\delta_{23} = 0$ sur la figure 4.8. On voit alors l'ajustement très fin sur le module et sur la phase de U_{e3} , nécessaire pour obtenir une augmentation de l'asymétrie dans les quatre points centraux du zoom. Le signe de l'asymétrie change brusquement dans les quatre quadrants de ce zoom.

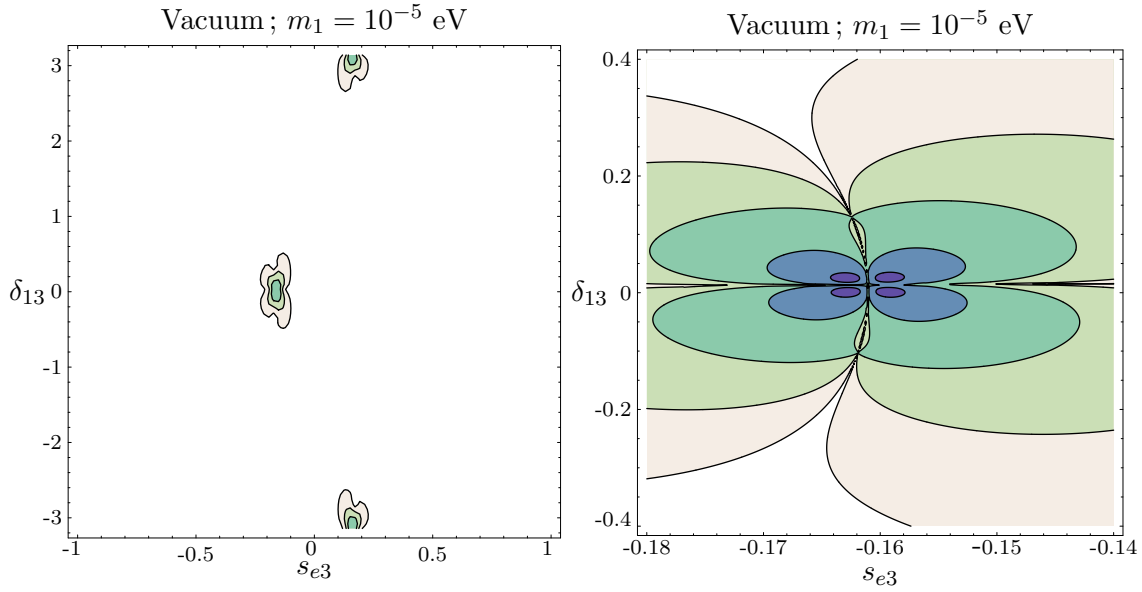


FIG. 4.8 – Sensibilités de l’asymétrie baryonique à l’élément de matrice $U_{e3} = s_{e3}e^{i\delta_{13}}$ contraint par CHOOZ. Les valeurs de Y_{B10} montrées sont $10^{-6}, 10^{-5} \dots 10^{-2}$, cette dernière valeur ($Y_{B10} = 10^{-2}$) n’étant obtenue que dans les points les plus foncés autour de ($s_{e3} = -0.16, \delta_{13} = 0.0$) au centre du zoom figure de droite.

Cette discussion peut être répétée pour la solution LOW, mais les valeurs plus grandes de Δm_{sun}^2 laissent moins de possibilités pour augmenter l’asymétrie avant de plafonner. Comme on le voit sur la figure 4.7, le maximum que l’on puisse atteindre est deux ordres de grandeurs trop bas.

Si on passe maintenant aux solutions MSW pour le déficit des neutrinos solaires, on obtient des valeurs plus grandes de Δm_{sun} , et il y a peu de place pour que M_1 puisse augmenter entre $m_1 \approx \Delta m_{atm}$ et $m_1 \approx \Delta m_{sun}$. Cependant M_1 peut augmenter pour des valeurs plus basses de m_1 , à condition que $s_{13eff} = s_{12eff} = 0$. Ceci est en principe possible, mais nécessite maintenant des valeurs spécifiques pour s_{e3} mais aussi pour s_{sun} : $s_{e3} \approx -0.16$ (comme précédemment) et $s_{sun} \approx -s_{12}^{CKM} c_{atm} \approx -0.16$ (voir équation 4.112). Cette dernière valeur de s_{sun} n’est pas compatible avec aucune des solutions MSW. Ceci est illustré respectivement en fonction de m_1 et s_{sun} sur les figures 4.9 et 4.10.

Avec une hiérarchie standard, nous voyons donc que dans ce cadre seules les oscillations dans le vide sont presque capables de concilier le déficit des neutrinos solaires et l’asymétrie baryonique de l’Univers. Avec la même ligne de raisonnement, on voit facilement que pour la hiérarchie inverse ($m_3 \ll m_1 \ll m_2$) l’asymétrie sera plus faible, en raison de l’écart plus grand $M_1 - M_2$ venant de la borne $M_1 \lesssim m_u^2/6\Delta m_{atm}$. En effet, le paramètre libre m_3 est abaissé en dessous de Δm_{atm} , deux valeurs propres M_R doivent maintenant arrêter de croître au lieu d’une seule. Il ya donc deux possibilités : si M_1 est la seule masse qui augmente en l’absence de mélange, alors le mélange atmosphérique maximal stoppe son augmentation une fois que $m_3 < s_{atm}\Delta m_{atm}$. Si par ailleurs M_1 arrête d’augmenter sans mélange, alors le mélange ne servira pas, puisqu’il ne peut induire que des “repoussements de niveaux” (pas d’attraction). Dans les deux cas, M_1 est au moins égale à 10^4 GeV, et M_1/M_2 ne peut pas dépasser $m_u^2/m_c^2 \approx 10^{-6}$ qui donne une asymétrie trop petite. Voyons maintenant l’effet des différentes phases pour essayer d’atteindre une asymétrie suffisante. Dans la discussion précédente, nous avons discuté du minimum de phases nécessaire pour avoir des résultats possibles, soit δ^{CKM} qui est inévitable dans notre cadre de symétrie quark-lepton, et δ_{13} qui était nécessaire pour favoriser les résonances (4.114). A partir de

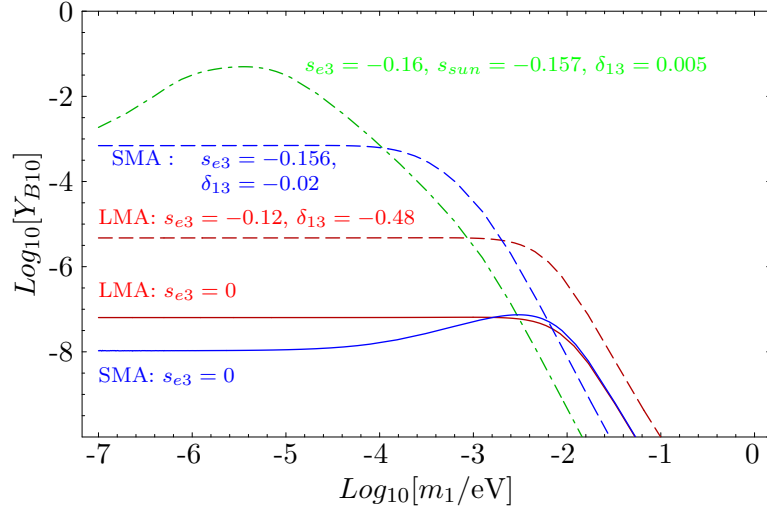


FIG. 4.9 – L'asymétrie baryonique Y_{B10} pour les solutions MSW des neutrinos solaires avec différents angles de mélanges. Les courbes pleines sont pour s_{e3} nul sans phase autre que δ^{CKM} . La courbe tiretée SMA (resp. LMA) est pour $\delta_{12} = 0$ et $\delta_{13} = -0.02$ (resp. -0.1). Seule la courbe particulière tiretée-pointillée ($s_{e3} = -0.16$, $s_{sun} = -0.156$, $\delta_{13} = 0.013$) permet presque de produire une asymétrie correcte, mais ne concorde pas avec les valeurs permises du déficit des neutrinos solaires.

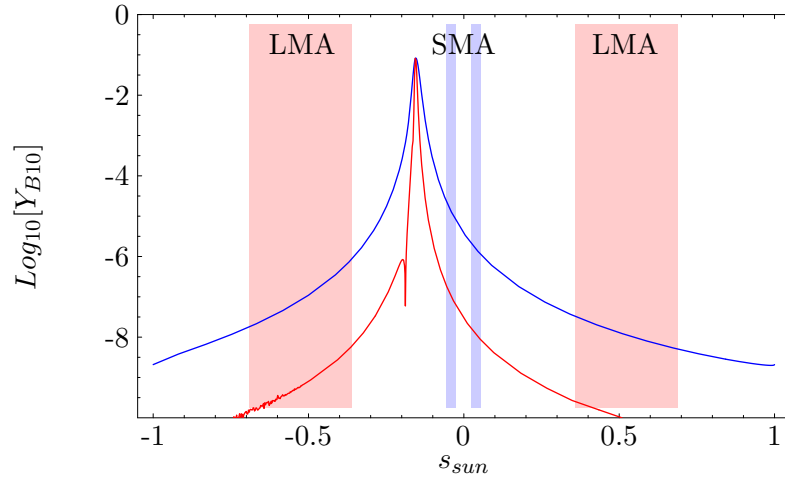


FIG. 4.10 – L'asymétrie baryonique Y_{B10} pour les oscillations des neutrinos solaires (LMA: courbe rouge en dessous, SMA: courbe blue au dessus), en fonction de s_{sun} . Le maximum est presque suffisant (et très piqué) pour $m_1 \approx 10^{-5}$ si $s_{e3} = -0.16$, mais se trouve juste entre les rectangles des petit (SMA) et grand (LMA) mélanges.

cette équation, il est clair que si δ_{23} était non nul, cela déplacerait simplement la valeur optimale de δ_{13} , l'asymétrie étant une fonction de la combinaison $\delta_{13} - \delta_{23}$ dans la région du pic à bas m_1 . Une valeur non nulle de δ_{12} induirait un déplacement bien plus léger, à travers les corrections sous dominantes à (4.114). Les effets des phases de Majorana $\phi_{1,2}$ sont moins évidents. Comme suggéré par l'équation (4.109), elles peuvent conduire à des annulations et des masses droites presque dégénérées pour une valeur finement ajustée de l'une de ces phases et de m_1 . Cependant les pics de chaque asymétrie de désintégration $\epsilon_{1,2}$ et $\epsilon_{1,3}$ tendent à s'annuler l'un l'autre et l'asymétrie est supprimée en plus par un pic dans K_1 , de telle sorte qu'aucune augmentation de l'asymétrie finale ne peut être produite pour la grande valeur $m_1 \approx 10^{-3}$ eV où on l'attendrait.

4.8 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons étudié les relations possibles entre les oscillations de neutrinos et l'asymétrie baryonique de l'Univers produite par des désintégrations hors équilibre de neutrinos droits, en supposant un mécanisme de see-saw type $SO(10)$ pour les masses de neutrinos. Il s'agit d'un cadre prédictif minimal pour étudier ces relations. Nous avons trouvé que l'asymétrie générée est génériquement six ordres de grandeur trop faible en raison des fortes hiérarchies des masses de Dirac supposées ($r^2 = m_u^2/m_c^2 \approx 10^{-6}$). La seule possibilité pour obtenir une asymétrie proche de la valeur observée dans ce cadre requiert des oscillations dans le vide, avec une hiérarchie standard et des valeurs très spécifiques pour les paramètres les moins contraints des oscillations de neutrinos : 1) la masse la plus légère ($m_1 \approx \Delta m_{sun} \approx 10^{-5}$ eV), et 2) la composante lourde du neutrino électronique ($|s_{e3}| = |s_{atm}| \cdot |\sin(\theta_{Cabibbo})| \approx 0.16$).

Ces résultats pourraient donner lieu à des extensions et des raffinements. Premièrement il serait plus satisfaisant d'obtenir ces paramètres dans un modèle de masse théorique pour toutes les particules. Un modèle comme [165, 166] par exemple, comporte une grande hiérarchie M_1/M_2 .

Deuxièmement, notre application de la relation $SO(10)$ entre les masses de Dirac des quarks et des leptons est un peu grossière. En effet nous avons simplement utilisé $m_{lepton} = m_{quark}/3$ qui n'est pas juste d'un facteur 3 pour le rapport des masses muon-strange. Comme l'asymétrie se comporte comme r^2 (voir équation 4.107), de tels réajustements ne devraient pas changer nos conclusions ; prendre 10 au lieu de 1 MeV pour la masse de Dirac la plus basse pourrait par exemple juste augmenter la solution des oscillations dans le vide jusqu'à la valeur requise $Y_{B10} \approx 1$. Le running des couplages de Yukawa peut avoir des effets importants sur les mélanges et pourraient changer les valeurs intéressantes de s_{e3} , et par exemple rendre ce paramètre inaccessible pour les expériences de long baseline, ou au contraire donner des valeurs déjà exclues par CHOOZ.

Nos conclusions apparemment contredisent la littérature existante sur le sujet, qui donne l'impression que la leptogénèse fonctionne sans restriction. Cela provient de notre cadre peut être trop restrictif, insistant sur les relations $SO(10)$ et sur les récentes données expérimentales des oscillations de neutrinos. Passons en revue ces différences. Dans les références [167, 156], les auteurs utilisent des relations de see-saw inspirées de $SO(10)$ (équation 4.92) et concluent que la leptogénèse est génériquement possible. Cependant ils admettent que les valeurs prises dans leur analyse finale sont difficilement conciliables avec un mélange atmosphérique maximal, qui à l'époque n'était pas aussi établi qu'aujourd'hui. Dans les travaux suivants [168, 169], le mélange maximal atmosphérique est bien pris en compte, mais les masses de Dirac sont dérivées de symétries de famille dans un cadre $SU(5)$; ceci donne typiquement un plus grand mélange "CKM" et une hiérarchie

plus faible dans le secteur de Dirac que notre simple ansatz quark-lepton, ces deux effets augmentant l'asymétrie. Dans la référence [170], il est montré que la leptogénèse peut être accordée avec des oscillations SMA. Mais les masses de Dirac nécessaires sont en désaccord avec les relations de type $SO(10)$. Finalement, une autre façon de relâcher les fortes contraintes $SO(10)$ est d'invoquer ce qu'on peut appeler le “see-saw scalaire”, c'est à dire des petites v.e.v. pour un scalaire triplet qui contribue directement aux masses de Majorana gauches [148]. Ceci introduit cependant un nouveau paramètre et des contraintes sur le secteur scalaire comme dans [171].

N.B. : Pendant que ce travail était revu, d'autres études [172],[173] ont confirmé l'effet important de U_{e3} dans le cadre discuté ici. Il faut noter que l'approche par scan au hasard sur les paramètres utilisée dans ces travaux nécessite un échantillonnage très fin pour ne pas manquer les valeurs maximisant les effets : au moins 10^5 points dans chaque plan U_{e3} comme montré sur la figure 4.8.

Conclusion

Cette thèse a donc traité de deux questions de la cosmologie : la matière noire et l'asymétrie matière-antimatière de l'Univers. A ces deux problèmes, la physique des particules propose des réponses phénoménologiques avec des signatures ou des contraintes expérimentales.

Nous avons étudié la détection indirecte de neutralino en tant que candidat de matière noire par Antares et les télescopes à neutrinos. Notre cadre de prospection a été le MSSM avec évolution des paramètres via les équations du groupe de renormalisation (RGE) et brisure radiative de la symétrie électrofaible (REWSB) par minimisation du potentiel scalaire. Ces calculs ont été faits avec le programme SUSPECT (SUSY, RGE, REWSB) interfacé avec le programme DARKSUSY pour ce qui concerne la matière noire (densité relique, taux de détection). L'interface réalisée sera intégrée dans la prochaine distribution de DARKSUSY.

Dans un premier temps nous nous sommes placés dans le cas universel (CMSSM/mSugra). Pour tous les modèles générés, les flux de neutrinos provenant de l'annihilation de neutralinos au centre de la Terre sont trop faibles pour être détectés. Ceci est dû à la hiérarchie induite par les RGE dans le spectre donnant lieu à des masses de scalaires lourdes réduisant le taux de capture des neutralinos au centre de la Terre. En raison de la masse du Soleil, les flux en provenance du centre du Soleil sont bien supérieurs et peuvent être détectables par Antares pour les modèles dont l'effet de la composante higgsino est dominante. Ces modèles, dits "focus point", ont des valeurs de densité relique intéressantes. Ils sont concentrés dans le plan $(m_0, m_{1/2})$ le long de la frontière de brisure radiative de la symétrie électrofaible. La composante higgsino augmente le taux de capture dans le Soleil par l'échange de Z dans $\sigma_{\chi-p}^{spin}$ et favorise l'annihilation des neutralinos en W^+W^- , ZZ , $t\bar{t}$ qui génèrent des neutrinos plus énergétiques que l'état final $b\bar{b}$. Pour tous les modèles nous avons comparés les sensibilités présentes et futures de la détection indirecte via neutrino avec les capacités actuelles et les futurs projets de la détection directe. D'un point de vue scientifique, on peut noter une complémentarité et une concurrence à pondérer par les différences et les incertitudes de calendrier. Cette région de sensibilité des télescopes à neutrinos est aussi intéressante par rapport aux possibilités des accélérateurs puisque les scalaires de tels modèles seront inaccessibles même au LHC. Une vérification transverse possible vient de la présence d'un chargino léger de masse inférieure à 300-350 GeV dans ces modèles.

Nous avons ensuite relâché les relations d'universalités à haute énergie. Le secteur des sfermions ne conduit pas à une amélioration de l'image du cas universel. La nonuniversalité dans le secteur des Higgs $m_{H_1}^2|_{GUT} \neq m_{H_2}^2|_{GUT}$ peut conduire à plus de liberté et des valeurs de m_A et de μ plus libres et plus basses que dans le cas mSugra et donner des modèles intéressants mais dans des zones plus localisées relativement au cas mSugra. Le secteur des jauginos est nettement plus bénéfique. Diminuer le paramètre $M_2|_{GUT}$ afin d'augmenter le contenu wino du neutralino permet d'augmenter les taux de détection mais

la densité relique chute brutalement, nécessitant ainsi en général un ajustement fin du paramètre $M_2|_{GUT}$ pour conserver des modèles cosmologiquement favorables. Le paramètre $M_3|_{GUT}$ est très influant sur le spectre du MSSM, et diminuer sa valeur par rapport au cas universel conduit notamment à des valeurs du μ plus faibles générant en plus grand nombre des modèles où la fraction de higgsino du neutralino domine la phénoménologie. La densité relique est alors intéressante cosmologiquement sur de plus vastes régions et les taux de détection sont augmentés de plusieurs ordres de grandeurs par rapport au cas universel.

Nous avons alors donné une paramétrisation effective à basse énergie de ces modèles comportant une fraction de higgsino déterminante et qui sont favorables à la détection indirecte pour les flux en provenance du Soleil. Cette paramétrisation est indépendante du scénario amont dont ces modèles sont issus.

Nous avons aussi étudié un modèle de leptogénèse par “see-saw” pour calculer l’asymétrie baryonique de l’Univers. Le secteur des neutrinos légers a été contraint par les résultats expérimentaux sur les oscillations. Nous nous sommes placés dans le cadre du groupe de Grande Unification $SO(10)$ dans lequel les neutrinos droits sont présents de façon naturelle. Dans ce cadre, le secteur de Dirac des neutrinos peut être fixé à celui des quarks de type up permettant alors d’effectuer une leptogénèse très contrainte. Nous avons ainsi mis en évidence l’importance du paramètre des oscillations U_{e3} pour maximiser l’asymétrie calculée. Ce paramètre est le moins contraint par les résultats expérimentaux et permet de compenser le fort mélange entre les deux premières générations du secteur de Dirac. Malgré cet ajustement, la dilution conduit dans tous les scénarii d’oscillations des neutrinos solaires à une asymétrie trop faible en désaccord avec la valeur requise par la cosmologie.

Bibliographie

- [1] D. Gross, *Closing thoughts, talk given at COSMO 2002, Chicago USA*, <http://pancake.uchicago.edu/cosmo02/>, .
- [2] E. W. Kolb et M. S. Turner, **The Early Universe**. Redwood City, USA: Addison-Wesley (1990) 547 p. (Frontiers in physics, 69).
- [3] J. A. Peacock, **Cosmological Physics**. Cambridge, UK: Univ. Pr. (1999) 682 p.
- [4] **Particle Data Group** Collaboration, K. Hagiwara *et. al.*, *Review of particle physics*, **Phys. Rev. D****66** (2002) 010001.
- [5] G. Steigman, *Tracking The Baryon Density From The Big Bang To The Present*, **astro-ph/0107222**.
- [6] D. Lyth et A. Riotto, *Particle physics models of inflation and the cosmological density perturbation*, **Phys. Rept.** **314** (1999) 1–146, [**hep-ph/9807278**].
- [7] A. G. Cohen, A. De Rujula, et S. L. Glashow, *A matter-antimatter universe?*, **Astrophys. J.** **495** (1998) 539–549, [**astro-ph/9707087**].
- [8] N. A. Bahcall, X. Fan, et R. Cen, *Constraining Omega with Cluster Evolution*, **Astrophys. J. Lett.** **485** (1997) 53, [**astro-ph/9706018**].
- [9] **Supernova Cosmology Project** Collaboration, S. Perlmutter *et. al.*, *Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae*, **Astrophys. J.** **517** (1999) 565–586, [**astro-ph/9812133**].
- [10] **Boomerang** Collaboration, A. H. Jaffe *et. al.*, *Cosmology from Maxima-1, Boomerang and COBE/DMR CMB Observations*, **Phys. Rev. Lett.** **86** (2001) 3475–3479, [**astro-ph/0007333**].
- [11] J. Navarro, C. S. Frenk, et S. D. M. White, *The Structure of Cold Dark Matter Halos*, **Astrophys. J.** **462** (1996) 563–575, [**astro-ph/9508025**].
- [12] R. Sanders et S. McGaugh, *Modified Newtonian Dynamics as an Alternative to Dark Matter*, **astro-ph/0204521**.
- [13] A. Tasitsiomi, *The Cold Dark Matter crisis on galactic and subgalactic scales*, **astro-ph/0205464**.
- [14] C. H. Lineweaver, *Cosmological Parameters, talk given at COSMO 2001, Rovaniemi Finland*, **astro-ph/0112381**.
- [15] A. Riotto, *Theories of baryogenesis, Lectures given at Summer School in High-Energy Physics and Cosmology, ICTP Trieste, Italy, 29 Jun - 17 Jul 1998.*, **hep-ph/9807454**.
- [16] A. D. Sakharov, *Violation of CP invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe*, **Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.** **5** (1967) 32–35.
- [17] A. Riotto et M. Trodden, *Recent progress in baryogenesis*, **Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.** **49** (1999) 35–75, [**hep-ph/9901362**].
- [18] P. Langacker, *Grand Unified Theories and proton decay*, **Phys. Rept.** **72** (1981) 185.

- [19] R. N. Mohapatra, **Unification and Supersymmetry. The frontiers of Quark - Lepton Physics**. Berlin, Germany: Springer (1986) 309 P. (Contemporary Physics).
- [20] M. Hirsch et S. F. King, *Leptogenesis with single right-handed neutrino dominance*, **Phys. Rev. D** **64** (2001) 113005, [hep-ph/0107014].
- [21] M. Fukugita et T. Yanagida, *Baryogenesis without Grand Unification*, **Phys. Lett. B** **174** (1986) 45.
- [22] F. R. Klinkhamer et N. S. Manton, *A saddle point solution in the Weinberg-Salam theory*, **Phys. Rev. D** **30** (1984) 2212.
- [23] K. Greisen, *End to the cosmic ray spectrum?*, **Phys. Rev. Lett.** **16** (1966) 748–750.
- [24] G. T. Zatsepin et V. A. Kuzmin, *Upper limit of the spectrum of cosmic rays*, **JETP Lett.** **4** (1966) 78–80.
- [25] e. . Lemoine, M. et e. . Sigl, G., *Physics and astrophysics of ultra-high-energy cosmic rays. Proceedings, International School, UHECR2000, Meudon, France, June 26-29, 2000*, . (Lecture notes in physics. 576).
- [26] G. Sigl, *Particle and astrophysics aspects of ultrahigh energy cosmic rays*, **Lect. Notes Phys.** **556** (2000) 259–300, [astro-ph/0008364].
- [27] *ANTARES*, <http://antares.in2p3.fr>, .
- [28] T. A. Collaboration, *A deep sea telescope for high energy neutrinos*, **astro-ph/9907432**.
- [29] *AMANDA*, <http://amanda.berkeley.edu/amanda/amanda.html>, .
- [30] *ICECUBE*, <http://icecube.wisc.edu/>, .
- [31] *BAIKAL*, <http://www-zeuthen.desy.de/baikal/baikalhome.html>, .
- [32] J. Ricol, **Etude de la détection de monopôles magnétiques au sein du futur télescope à neutrinos Antares et caractérisation des performances du traitement des impulsions des photomultiplicateurs**. Thèse de doctorat 2002.
- [33] W. Schuster, **Measurement of the optical properties of th deep Mediterranean - the ANTARES detector medium**. Ph.D. thesis 2002.
- [34] **ANTARES** Collaboration, P. Amram *et. al.*, *Background light in potential sites for the ANTARES undersea neutrino telescope*, **Astropart. Phys.** **13** (2000) 127–136, [astro-ph/9910170].
- [35] R. Gandhi, C. Quigg, M. H. Reno, et I. Sarcevic, *Ultrahigh-energy neutrino interactions*, **Astropart. Phys.** **5** (1996) 81–110, [hep-ph/9512364].
- [36] D. Bailey, **Monte Carlo tools and analysis methods for understanding the ANTARES experiment and predicting its sensitivity to Dark Matter**. Ph.D. thesis 2002.
- [37] E. Carmona et J. Hernandez, **A new reconstruction technique for Antares**. Note interne ANTARES-Software/2001-011.
- [38] E. Carmona, **Update of the new pre-fit for reconstruction**. Note interne ANTARES-Software/2001-006.
- [39] A. Romeyer et Stolarczyk, **Reconstruction algorithms: A handbook for developers**. Note interne ANTARES-Software/2001-001.
- [40] A. Levinson et E. Waxman, *Probing microquasars with TeV neutrinos*, **Phys. Rev. Lett.** **87** (2001) 171101, [hep-ph/0106102].

- [41] C. Distefano, D. Guetta, E. Waxman, et A. Levinson, *Neutrino flux predictions for known galactic microquasars*, **Astrophys. J.** **575** (2002) 378–383, [[astro-ph/0202200](#)].
- [42] **IMB** Collaboration, C. B. Bratton *et. al.*, *Angular distribution of events from SN1987A*, **Phys. Rev. D****37** (1988) 3361.
- [43] K. S. Hirata *et. al.*, *Observation in the Kamiokande-II detector of the neutrino burst from supernova SN1987A*, **Phys. Rev. D****38** (1988) 448–458.
- [44] M. Roy, *Ultra high energy neutrinos from supernova remnants*, **J. Phys. G****25** (1999) 129–134, [[astro-ph/9901215](#)].
- [45] E. Waxman et J. N. Bahcall, *Neutrino afterglow from gamma ray bursts: approx. 10^{18} - eV*, **Astrophys. J.** **541** (2000) 707–711, [[hep-ph/9909286](#)].
- [46] F. Halzen et D. Hooper, *High-energy neutrino astronomy: The cosmic ray connection*, **Rept. Prog. Phys.** **65** (2002) 1025–1078, [[astro-ph/0204527](#)].
- [47] A. De Rujula, *GRBs in the Cannonball model: an overview*, [astro-ph/0207033](#).
- [48] S. Choubey et S. F. King, *Gamma ray bursts as probes of neutrino mass, quantum gravity and dark energy*, [hep-ph/0207260](#).
- [49] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, et G. R. Dvali, *The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter*, **Phys. Lett. B****429** (1998) 263–272, [[hep-ph/9803315](#)].
- [50] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, et G. R. Dvali, *Phenomenology, astrophysics and cosmology of theories with sub-millimeter dimensions and TeV scale quantum gravity*, **Phys. Rev. D****59** (1999) 086004, [[hep-ph/9807344](#)].
- [51] F. Cornet, J. I. Illana, et M. Masip, *TeV strings and the neutrino nucleon cross section at ultra-high energies*, **Phys. Rev. Lett.** **86** (2001) 4235–4238, [[hep-ph/0102065](#)].
- [52] I. F. M. Albuquerque, L. Hui, et E. W. Kolb, *High energy neutrinos from superheavy dark matter annihilation*, **Phys. Rev. D****64** (2001) 083504, [[hep-ph/0009017](#)].
- [53] I. F. M. Albuquerque, J. Lamoureux, et G. F. Smoot, *Neutrino telescopes' sensitivity to dark matter*, [hep-ph/0204301](#).
- [54] J. Wess et J. Bagger, **Supersymmetry and Supergravity**. Princeton University Press, 1992.
- [55] D. Bailin et A. Love, **Supersymmetric Gauge Field Theory and String Theory**. Institute of physics publishing, Bristol and Philadelphia, 1994.
- [56] A. Bilal, *Introduction to supersymmetry*, [hep-th/0101055](#). Expanded notes of lectures given at the Summer School GIF, Collège de France, Paris.
- [57] P. Fayet et S. Ferrara, *Supersymmetry*, **Phys. Rept.** **32** (1977) 249–334.
- [58] R. Barbieri, *Looking beyond the Standard Model: the supersymmetric option*, **Riv. Nuovo Cim.** **11N4** (1988) 1–45.
- [59] S. P. Martin, **A supersymmetry primer**. Perspectives on Supersymmetry. Advanced Series on Directions in High Energy Physics - Vol 18, World Scientific, 1998. [hep-ph/9709356](#).
- [60] J. A. Bagger, **Weak-scale supersymmetry: Theory and practice**. Proceedings of the Boulder 1995 TASI Lectures (QCD161:T45:1995). [hep-ph/9604232](#).
- [61] H. E. Haber et G. L. Kane, *The search for supersymmetry: probing physics beyond the Standard Model*, **Phys. Rept.** **117** (1985) 75.
- [62] R. Barbier *et. al.*, *Report of the group on the R-parity violation*, [hep-ph/9810232](#).
- [63] H. K. Dreiner, *An introduction to explicit R-parity violation*, [hep-ph/9707435](#).

- [64] P. M. Ferreira, I. Jack, et D. R. T. Jones, *The three-loop SSM beta-functions*, **Phys. Lett. B387** (1996) 80–86, [hep-ph/9605440].
- [65] S. P. Martin et M. T. Vaughn, *Two loop renormalization group equations for soft supersymmetry breaking couplings*, **Phys. Rev. D50** (1994) 2282, [hep-ph/9311340].
- [66] L. E. Ibanez et G. G. Ross, *$SU(2)$ - $L \times U(1)$ symmetry breaking as a radiative effect of supersymmetry breaking in GUTs*, **Phys. Lett. B110** (1982) 215–220.
- [67] G. Gamberini, G. Ridolfi, et F. Zwirner, *On radiative gauge symmetry breaking in the Minimal Supersymmetric Model*, **Nucl. Phys. B331** (1990) 331–349.
- [68] D. J. Castano, E. J. Piard, et P. Ramond, *Renormalization group study of the Standard Model and its extensions. 2. The Minimal supersymmetric Standard Model*, **Phys. Rev. D49** (1994) 4882–4901, [hep-ph/9308335].
- [69] V. D. Barger, M. S. Berger, et P. Ohmann, *The Supersymmetric particle spectrum*, **Phys. Rev. D49** (1994) 4908–4930, [hep-ph/9311269].
- [70] M. M. El Kheishen, A. A. Aboshousha, et A. A. Shafik, *Analytic formulas for the neutralino masses and the neutralino mixing matrix*, **Phys. Rev. D45** (1992) 4345–4348.
- [71] D. M. Pierce, J. A. Bagger, K. T. Matchev, et R.-j. Zhang, *Precision corrections in the minimal supersymmetric standard model*, **Nucl. Phys. B491** (1997) 3–67, [hep-ph/9606211].
- [72] S. Heinemeyer, W. Hollik, et G. Weiglein, *The mass of the lightest MSSM Higgs boson: A compact analytical expression at the two-loop level*, **Phys. Lett. B455** (1999) 179–191, [hep-ph/9903404].
- [73] M. Carena, M. Quiros, et C. E. M. Wagner, *Effective potential methods and the Higgs mass spectrum in the MSSM*, **Nucl. Phys. B461** (1996) 407–436, [hep-ph/9508343].
- [74] A. Brignole, G. Degrassi, P. Slavich, et F. Zwirner, *On the $O(\alpha^2(t))$ two-loop corrections to the neutral Higgs boson masses in the MSSM*, **Nucl. Phys. B631** (2002) 195–218, [hep-ph/0112177].
- [75] G. Jungman, M. Kamionkowski, et K. Griest, *Supersymmetric dark matter*, **Phys. Rept. 267** (1996) 195–373, [hep-ph/9506380].
- [76] A. Djouadi, J.-L. Kneur, et G. Moultaka, *SuSpect: A Fortran code for the supersymmetric and Higgs particle spectrum in the MSSM*, **hep-ph/0211331**.
- [77] A. Djouadi, M. Drees, et J. L. Kneur, *Constraints on the minimal supergravity model and prospects for SUSY particle production at future linear $e^+ e^-$ colliders*, **JHEP 08** (2001) 055, [hep-ph/0107316].
- [78] A. Djouadi, *Susy calculational tools*, talk given at SUSY 2002, Desy Hambourg, .
- [79] B. C. Allanach, *SOFTSUSY: A C++ program for calculating supersymmetric spectra*, **Comput. Phys. Commun. 143** (2002) 305–331, [hep-ph/0104145].
- [80] H. Baer, F. E. Paige, S. D. Protopopescu, et X. Tata, *ISAJET 7.48: A Monte Carlo event generator for $p p$, anti- $p p$, and $e^+ e^-$ reactions*, **BNL-HET-99-43**, **FSU-HEP-991218**, **UH-511-952-00**, **hep-ph/0001086**.
- [81] B. Allanach, S. Kraml, et W. Porod, *Comparison of SUSY mass spectrum calculations*, **hep-ph/0207314**.
- [82] R. McPherson, *Lessons and loopholes from SUSY searches at LEP*, talk given at SUSY 02, DESY Hambourg 17-23 Juin, 2002, .
- [83] E. Gross, *Higgs-boson physics at LEP*, talk given at SUSY 02, DESY Hambourg 17-23 Juin, 2002, .

- [84] M. Ciuchini, G. Degrassi, P. Gambino, et G. F. Giudice, *Next-to-leading QCD corrections to $B \rightarrow X/s$ gamma: Standard model and two-Higgs doublet model*, **Nucl. Phys. B****527** (1998) 21–43, [[hep-ph/9710335](#)].
- [85] **Particle Data Group** Collaboration, D. E. Groom *et. al.*, *Review of particle physics*, **Eur. Phys. J. C****15** (2000) 1–878.
- [86] M. Knecht et A. Nyffeler, *Hadronic light-by-light corrections to the muon $g-2$: The pion-pole contribution*, **Phys. Rev. D****65** (2002) 073034, [[hep-ph/0111058](#)].
- [87] H. P. Nilles, *Supersymmetry, Supergravity and Particle Physics*, **Phys. Rept.** **110** (1984) 1.
- [88] A. H. Chamseddine, R. Arnowitt, et P. Nath, *Locally Supersymmetric Grand Unification*, **Phys. Rev. Lett.** **49** (1982) 970.
- [89] R. Barbieri, S. Ferrara, et C. A. Savoy, *Gauge models with spontaneously broken local Supersymmetry*, **Phys. Lett. B****119** (1982) 343.
- [90] L. J. Hall, J. Lykken, et S. Weinberg, *Supergravity as the messenger of supersymmetry breaking*, **Phys. Rev. D****27** (1983) 2359–2378.
- [91] P. Binetruy, M. K. Gaillard, et B. D. Nelson, *One loop soft supersymmetry breaking terms in superstring effective theories*, **Nucl. Phys. B****604** (2001) 32–74, [[hep-ph/0011081](#)].
- [92] K. Huitu, J. Laamanen, et P. N. Pandita, *Sparticle spectrum and constraints in anomaly mediated supersymmetry breaking models*, **Phys. Rev. D****65** (2002) 115003, [[hep-ph/0203186](#)].
- [93] A. Birkedal-Hansen et B. D. Nelson, *The role of Wino content in neutralino dark matter*, **Phys. Rev. D****64** (2001) 015008, [[hep-ph/0102075](#)].
- [94] M. W. Goodman et E. Witten, *Detectability of certain dark-matter candidates*, **Phys. Rev. D****31** (1985) 3059.
- [95] A. Gould, *Resonant enhancements in WIMP capture by the Earth*, **Astrophys. J.** **321** (1987) 571.
- [96] G. Jungman et M. Kamionkowski, *Neutrinos from particle decay in the sun and earth*, **Phys. Rev. D****51** (1995) 328–340, [[hep-ph/9407351](#)].
- [97] J. Edsjo, *Aspects of neutrino detection of neutralino dark matter*, [hep-ph/9704384](#).
- [98] D. Bailey, Y. Benhamou, V. Bertin, C. Carloganu, S. Cartwright, D. Hubbard, D. Nezri, E. and Stubert, C. Tao, et L. Thompson, **First Results on ANTARES Sensitivity to Neutrinos from Neutralino Annihilation in the Sun and Galactic Centre**. Note interne ANTARES-Phys/2001-016.
- [99] V. Agrawal, T. K. Gaisser, P. Lipari, et T. Stanev, *Atmospheric neutrino flux above 1 GeV*, **Phys. Rev. D****53** (1996) 1314–1323, [[hep-ph/9509423](#)].
- [100] **MACRO** Collaboration, T. Montaruli, *Search for WIMPs using upward-going muons in MACRO, Proceedings of the 26th ICRC in Salt Lake City*, [hep-ex/9905021](#).
- [101] O. Suvorova, *Status and perspectives of indirect search for dark matter, Published in Tegernsee 1999, Beyond the desert 1999*, [hep-ph/9911415](#).
- [102] **Super-Kamiokande** Collaboration, A. Habig, *An indirect search for WIMPs with Super-Kamiokande, Contributed to 27th ICRC, Hamburg, Germany, 7-15 Aug 2001.*, [hep-ex/0106024](#).
- [103] P. Gondolo, J. Edsjo, L. Bergstrom, P. Ullio, et T. Baltz, *DarkSusy program*, <http://www.physto.se/~edsjo/darksusy/>, .
- [104] P. Salati, *Quintessence and the relic density of neutralinos*, [astro-ph/0207396](#).

- [105] L. Bergstrom, J. Edsjo, et P. Gondolo, *Indirect detection of dark matter in km-size neutrino telescopes*, **Phys. Rev. D****58** (1998) 103519, [hep-ph/9806293].
- [106] *Euro GDR Supersymétrie*, <http://susy.in2p3.fr/eurogdr.html/>, .
- [107] *GDR Phénomènes cosmiques de haute énergie*, <http://polywww.in2p3.fr/gdr/>, .
- [108] T. Nihei, L. Roszkowski, et R. Ruiz de Austri, *Towards an accurate calculation of the neutralino relic density*, **JHEP** **05** (2001) 063, [hep-ph/0102308].
- [109] J. L. Feng, K. T. Matchev, et T. Moroi, *Focus points and naturalness in supersymmetry*, **Phys. Rev. D****61** (2000) 075005, [hep-ph/9909334].
- [110] C. Boehm, A. Djouadi, et M. Drees, *Light scalar top quarks and supersymmetric dark matter*, **Phys. Rev. D****62** (2000) 035012, [hep-ph/9911496].
- [111] J. R. Ellis, K. A. Olive, et Y. Santoso, *Calculations of neutralino stop coannihilation in the CMSSM*, CERN-TH-2001-339, UMN-TH-2032-01, TPI-MINN-01-50, hep-ph/0112113.
- [112] J. L. Feng, K. T. Matchev, et F. Wilczek, *Prospects for indirect detection of neutralino dark matter*, **Phys. Rev. D****63** (2001) 045024, [astro-ph/0008115].
- [113] J. R. Ellis, A. Ferstl, et K. A. Olive, *Re-evaluation of the elastic scattering of supersymmetric dark matter*, **Phys. Lett. B****481** (2000) 304–314, [hep-ph/0001005].
- [114] J. R. Ellis, T. Falk, K. A. Olive, et M. Srednicki, *Calculations of neutralino stau coannihilation channels and the cosmologically relevant region of MSSM parameter space*, **Astropart. Phys.** **13** (2000) 181–213, [hep-ph/9905481].
- [115] CDMS Collaboration, R. Abusaidi *et. al.*, *Exclusion limits on the WIMP nucleon cross-section from the Cryogenic Dark Matter Search*, **Phys.Rev.Lett.** **84** (2000) 5699–5703, [astro-ph/0002471].
- [116] A. Benoit *et. al.*, *Improved exclusion limits from the EDELWEISS WIMP search*, astro-ph/0206271, astro-ph/0206271.
- [117] G. Chardin, *EDELWEISS Dark Matter Search*, talk given at the School and Workshop on Neutrino Particle Astrophysics, Les Houches 21 Jan -1st Feb 2002, .
- [118] N. Spooner, *New Limits and Progress from the Boulby Dark Matter Programme*, talk given at the School and Workshop on Neutrino Particle Astrophysics, Les Houches 21 Jan -1st Feb, .
- [119] J. Edsjo, *Swedish Astroparticle Physics*, talk given at the conference 'Partikeldagarna', Uppsala, Sweden, March 6, 2001, .
- [120] J. L. Feng, K. T. Matchev, et F. Wilczek, *Neutralino dark matter in focus point supersymmetry*, **Phys. Lett. B****482** (2000) 388–399, [hep-ph/0004043].
- [121] J. R. Ellis, A. Ferstl, et K. A. Olive, *Constraints from accelerator experiments on the elastic scattering of CMSSM dark matter*, **Phys. Lett. B****532** (2002) 318–328, [hep-ph/0111064].
- [122] V. D. Barger, F. Halzen, D. Hooper, et C. Kao, *Indirect search for neutralino dark matter with high energy neutrinos*, **Phys. Rev. D****65** (2002) 075022, [hep-ph/0105182].
- [123] L. Roszkowski, R. Ruiz de Austri, et T. Nihei, *New cosmological and experimental constraints on the CMSSM*, **JHEP** **08** (2001) 024, [hep-ph/0106334].
- [124] B. C. Allanach, *Theoretical uncertainties in sparticle mass predictions. Submitted to APS / DPF / DPB Summer Study on the Future of Particle Physics (Snowmass 2001)*, Snowmass, Colorado, hep-ph/0110227.

- [125] D. Kazakov et G. Moultaka, *Analytical study of non-universality of the soft terms in the MSSM*, **Nucl. Phys. B****577** (2000) 121–138, [hep-ph/9912271].
- [126] D. I. Kazakov, *Exploring softly broken SUSY theories via Grassmannian Taylor expansion*, **Phys. Lett. B****449** (1999) 201–206, [hep-ph/9812513].
- [127] C. T. Hill, C. N. Leung, et S. Rao, *Renormalization group fixed points and the Higgs boson spectrum*, **Nucl. Phys. B****262** (1985) 517.
- [128] J. Amundson *et. al.*, *Report of the supersymmetry theory subgroup*, hep-ph/9609374.
- [129] G. Belanger, F. Boudjema, F. Donato, R. Godbole, et S. Rosier-Lees, *SUSY Higgs at the LHC: Effects of light charginos and neutralinos*, **Nucl. Phys. B****581** (2000) 3–33, [hep-ph/0002039].
- [130] T. Moroi et L. Randall, *Wino cold dark matter from anomaly-mediated SUSY breaking*, **Nucl. Phys. B****570** (2000) 455–472, [hep-ph/9906527].
- [131] C. H. Chen, M. Drees, et J. F. Gunion, *A non-standard string/SUSY scenario and its phenomenological implications*, **Phys. Rev. D****55** (1997) 330–347, [hep-ph/9607421].
- [132] G. L. Kane et S. F. King, *Naturalness implications of LEP results*, **Phys. Lett. B****451** (1999) 113–122, [hep-ph/9810374].
- [133] A. D. Dolgov, *NonGUT baryogenesis*, **Phys. Rept.** **222** (1992) 309–386.
- [134] M. E. Shaposhnikov, *Baryon asymmetry of the Universe in standard electroweak Theory*, **Nucl. Phys. B****287** (1987) 757.
- [135] V. A. Rubakov et M. E. Shaposhnikov, *Electroweak baryon number non-conservation in the early universe and in high-energy collisions*, **Usp. Fiz. Nauk** **166** (1996) 493–537, [hep-ph/9603208].
- [136] M. B. Gavela, P. Hernandez, J. Orloff, et O. Pene, *Standard model CP violation and baryon asymmetry*, **Mod. Phys. Lett. A****9** (1994) 795–810, [hep-ph/9312215].
- [137] M. B. Gavela, P. Hernandez, J. Orloff, O. Pene, et C. Quimbay, *Standard model CP violation and baryon asymmetry. Part 2: Finite temperature*, **Nucl. Phys. B****430** (1994) 382–426, [hep-ph/9406289].
- [138] A. I. Bochkarev, S. V. Kuzmin, et M. E. Shaposhnikov, *Electroweak baryogenesis and the Higgs boson mass problem*, **Phys. Lett. B****244** (1990) 275.
- [139] M. Carena, M. Quiros, et C. E. M. Wagner, *Electroweak baryogenesis and Higgs and stop searches at LEP and the Tevatron*, **Nucl. Phys. B****524** (1998) 3, [hep-ph/9710401].
- [140] V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov, et M. E. Shaposhnikov, *On the anomalous electroweak baryon number nonconservation in the early Universe*, **Phys. Lett. B****155** (1985) 36.
- [141] M. C. Gonzalez-Garcia et Y. Nir, *Developments in neutrino physics*, hep-ph/0202058.
- [142] M. Gell-Mann, P. Ramond, et R. Slansky, *Complex Spinors and Unified Theories*, in **Supergravity** (P. van Nieuwenhuizen et D. Freedman, eds.), North-Holland, 1979. Print-80-0576 (CERN).
- [143] T. Yanagida, *Horizontal gauge symmetry and masses of neutrinos*, *Workshop on the Unified Theory and the Baryon Number in the Universe, Tsukuba, Japan, Feb 13-14, 1979*, **Prog. Theor. Phys.** **64** (1980) 1103.
- [144] R. N. Mohapatra et G. Senjanovic, *Neutrino mass and spontaneous parity nonconservation*, **Phys. Rev. Lett.** **44** (1980) 912.

- [145] H. J. Lipkin, *Quantum mechanics of neutrino oscillations: Hand waving for pedestrians*, **hep-ph/9901399**.
- [146] SNO Collaboration, Q. R. Ahmad *et. al.*, *Measurement of day and night neutrino energy spectra at SNO and constraints on neutrino mixing parameters*, **Phys. Rev. Lett.** **89** (2002) 011302, [[nucl-ex/0204009](#)].
- [147] H. Murayama, *Review of Particle Physics (RPP 2000)*, **Eur. Phys. J. C****15** (2000) 360.
- [148] R. N. Mohapatra et P. B. Pal, **Massive neutrinos in physics and astrophysics. Second edition**, vol. 60, pp. 1–397. 1998.
- [149] Z. Maki, M. Nakagawa, et S. Sakata, *Remarks on the unified model of elementary particles*, **Prog. Theor. Phys.** **28** (1962) 870.
- [150] J. A. Harvey et M. S. Turner, *Cosmological baryon and lepton number in the presence of electroweak fermion number violation*, **Phys. Rev. D****42** (1990) 3344–3349.
- [151] A. Pilaftsis, *Heavy Majorana neutrinos and baryogenesis*, **Int. J. Mod. Phys. A****14** (1999) 1811, [[hep-ph/9812256](#)].
- [152] M. Plumacher, *Baryon asymmetry, lepton mixing and SO(10) unification*, **hep-ph/9809265**.
- [153] W. Buchmuller et M. Plumacher, *CP asymmetry in Majorana neutrino decays*, **Phys. Lett. B****431** (1998) 354–362, [[hep-ph/9710460](#)].
- [154] L. Covi, E. Roulet, et F. Vissani, *CP violating decays in leptogenesis scenarios*, **Phys. Lett. B****384** (1996) 169–174, [[hep-ph/9605319](#)].
- [155] J. M. Frere, F. S. Ling, M. H. G. Tytgat, et V. V. Elewyck, *Leptogenesis with virtual Majorana neutrinos*, **Phys. Rev. D****60** (1999) 016005, [[hep-ph/9901337](#)].
- [156] M. Plumacher, *Baryon asymmetry, neutrino mixing and supersymmetric SO(10) unification*, **Nucl. Phys. B****530** (1998) 207, [[hep-ph/9704231](#)].
- [157] W. Buchmuller et M. Plumacher, *Neutrino masses and the baryon asymmetry*, **Int. J. Mod. Phys. A****15** (2000) 5047–5086, [[hep-ph/0007176](#)].
- [158] H. B. Nielsen et Y. Takanishi, *Baryogenesis via lepton number violation in anti-GUT model*, **Phys. Lett. B****507** (2001) 241–251, [[hep-ph/0101307](#)].
- [159] R. Barbieri, P. Creminelli, A. Strumia, et N. Tetradis, *Baryogenesis through leptogenesis*, **Nucl. Phys. B****575** (2000) 61–77, [[hep-ph/9911315](#)].
- [160] L. Baudis *et. al.*, *Limits on the Majorana neutrino mass in the 0.1-eV range*, **Phys. Rev. Lett.** **83** (1999) 41, [[hep-ex/9902014](#)].
- [161] C. Giunti, *Neutrinoless double-beta decay with three or four neutrino mixing*, **Phys. Rev. D****61** (2000) 036002, [[hep-ph/9906275](#)].
- [162] F. Vissani, *Signal of neutrinoless double beta decay, neutrino spectrum and oscillation scenarios*, **JHEP** **06** (1999) 022, [[hep-ph/9906525](#)].
- [163] M. Apollonio *et. al.*, *Limits on neutrino oscillations from the CHOOZ experiment*, **Phys. Lett. B****466** (1999) 415, [[hep-ex/9907037](#)].
- [164] E. K. Akhmedov, *Small entries of neutrino mass matrices*, **Phys. Lett. B****467** (1999) 95, [[hep-ph/9909217](#)].
- [165] N. Irges, S. Lavignac, et P. Ramond, *Predictions from an anomalous U(1) model of Yukawa hierarchies*, **Phys. Rev. D****58** (1998) 035003, [[hep-ph/9802334](#)].
- [166] J. Sato et T. Yanagida, *Large lepton mixing in a coset-space family unification on E(7)/SU(5) x U(1)**3*, **Phys. Lett. B****430** (1998) 127–131, [[hep-ph/9710516](#)].

- [167] W. Buchmuller et M. Plumacher, *Baryon asymmetry and neutrino mixing*, **Phys. Lett. B389** (1996) 73–77, [hep-ph/9608308].
- [168] W. Buchmuller et T. Yanagida, *Quark lepton mass hierarchies and the baryon asymmetry*, **Phys. Lett. B445** (1999) 399–402, [hep-ph/9810308].
- [169] W. Buchmuller et M. Plumacher, *Matter antimatter asymmetry and neutrino properties*, **Phys. Rept. 320** (1999) 329–339, [hep-ph/9904310].
- [170] H. Goldberg, *Leptogenesis and the small-angle MSW solution*, **Phys. Lett. B474** (2000) 389, [hep-ph/9909477].
- [171] A. S. Joshipura et E. A. Paschos, *Constraining leptogenesis from laboratory experiments*, hep-ph/9906498.
- [172] D. Falcone et F. Tramontano, *Leptogenesis and neutrino parameters*, **Phys. Rev. D63** (2001) 073007, [hep-ph/0011053].
- [173] G. C. Branco, R. Gonzalez Felipe, F. R. Joaquim, et M. N. Rebelo, *Leptogenesis, CP violation and neutrino data: What can we learn?*, **Nucl. Phys. B640** (2002) 202–232, [hep-ph/0202030].

Annexe A

Publications

Cette thèse est basée sur les articles suivants :

“Neutralino Dark Matter beyond CMSSM Universality”.

V. Bertin, E. Nezri, J. Orloff.

PCCF-RI-0216

CPPM-P-2002-02

hep-ph/0210034

Soumis pour publication dans **Journal of High Energy Physics**.

“Neutrino Indirect Detection of Neutralino Dark Matter in the CMSSM”.

V. Bertin, E. Nezri, J. Orloff.

PCCF-RI-0204

CPPM-P-2002-01

hep-ph/0204135

Eur.Phys.J. C26 (2002) 111-124

“Neutrino Oscillations v.s. Leptogenesis in SO(10) Models”.

E. Nezri, J. Orloff.

LPC-I-00-08

hep-ph/0004227

Soumis pour publication dans **Journal of High Energy Physics**.

Neutrinos et Cosmologie dans les modèles de Grande Unification :

- Détection de matière noire supersymétrique avec le télescope Antares
- Oscillations et Leptogénèse dans SO(10)

Résumé :

Deux problématiques de la cosmologie sont abordées : la matière noire et l'asymétrie baryonique de l'Univers.

Dans le cadre du MSSM, le neutralino est le meilleur candidat à la matière noire froide. Le potentiel de détection indirecte du neutralino par Antares et les télescopes à neutrinos est étudié dans les modèles de Grande Unification et comparé avec les expériences de détection directe. La détection de neutrinos issus de l'annihilation de neutralinos au centre de la Terre dans ces modèles s'avère hors de portée. Dans le cas universel, les modèles où le neutralino comporte une composante higgsino dominante sont très intéressants pour les flux en provenance du Soleil. En relâchant les relations d'universalité dans le secteur des jauginos, notamment en diminuant $M_3|_{GUT}$, on obtient des régions de densités reliques intéressantes bien plus vastes que dans le cas universel et une forte augmentation des taux de détection de plusieurs ordres de grandeur.

Concernant le calcul de l'asymétrie baryonique, la leptogénèse par désintégration de neutrinos droits lourds de Majorana est créditée de fortes potentialités. Ces neutrinos droits sont aussi, par le mécanisme de see-saw, le moyen le plus séduisant pour rendre compte des masses des neutrinos. Nous avons fixé le secteur de Dirac des neutrinos à celui des quarks up par les relations simples inspirées du groupe de Grande Unification SO(10). Nous avons alors mis en évidence l'importance du paramètre le moins contraint expérimentalement U_{e3} pour maximiser l'asymétrie. Malgré cet ajustement, il n'est pas possible dans ce modèle de faire concorder les données expérimentales des oscillations avec l'asymétrie baryonique requise par la nucléosynthèse primordiale.

Mots-clefs : Cosmologie, matière noire, asymétrie baryonique, SUSY, RGE, GUT, neutralino, leptogénèse, see-saw, neutrinos, oscillations, détection indirecte, Antares.

Abstract :

The problems of dark matter and baryonic asymmetry in cosmology are tackled.

In the MSSM framework, the neutralino is the best candidate to cold dark matter. Prospection for neutralino indirect detection by neutrino telescopes like Antares is performed in Grand Unification models including a comparison with direct detection capabilities. In those models, neutrinos fluxes coming from neutralino annihilation at the centre of the Earth are beyond reach of neutrino telescopes. In the universal case, models with a dominant neutralino higgsino fraction are very promising for detection of fluxes coming from the Sun. Relaxing universality in the gaugino sector, especially decreasing $M_3|_{GUT}$ gives wider cosmologically interesting regions than the universal case and detection rates several orders of magnitude higher.

Leptogenesis by heavy right-handed Majorana neutrino decays is thought to be a good way to achieve baryonic asymmetry. By the see-saw mechanism, those right-handed neutrinos are also the nicest mean to account for neutrinos masses. We have fixed neutrino Dirac sector to up-quark ones by simple Grand Unification group SO(10) inspired relations. We then have pointed out the importance of the less experimentally constrained parameter U_{e3} to maximise the resulting asymmetry. Despite this fine tuning, this model is not able to reconcile neutrino oscillation experimental data and the value of the baryonic asymmetry required by Big-Bang nucleosynthesis.

Keywords : Cosmology, dark matter, baryonic asymmetry, SUSY, RGE, GUT, neutralino, leptogenesis, see-saw, neutrinos, oscillations, indirect detection, Antares.